数暗攻 ～図形と方程式②～　数学Ⅱ

18　円 $x^2+y^2=1$ …㋐と，直線 $y=x+k$ …㋑が異なる 2 点で交わるときの定数 k の値の範囲を求めよ。

解法 1

㋑を㋐に代入して整理すると，

(　①　)$=0$ …㋒

異なる 2 点で交わる ⇔ ㋒の判別式 D (　②　) 0

$\therefore \dfrac{D}{4}=k^2-2(k^2-1)=-k^2+2$

$\therefore$ $-k^2+2>0$ より，$k^2-2<0$

よって，求める k の範囲は，(　③　)

解法 2

円の中心(0，0)と，直線　$x-y+k=0$ の距離 d は，

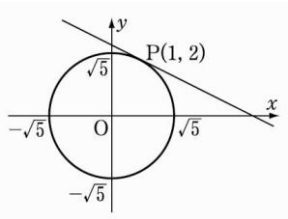
$d=$ (　④　)

異なる 2 点で交わる　⇔　d (　⑤　) r

$r=1$ より，$\dfrac{|k|}{\sqrt{2}}<1$　$\therefore$　$|k|<\sqrt{2}$

よって，求める k の範囲は，(　⑥　)

19　円 $x^2+y^2=5$ 上の点 P(1，2) における接線の方程式は，



(　　)である。

20　円の接線の方程式を求めるには，

(　　)が，わかればよい。

21　点 Q(1，3)を通り，円 $x^2+y^2=5$ に接する直線の方程式を求めよ。

解）

(　①　)とおくと，

接線の方程式は，

(　②　)である。…※

この接線上に点 Q(1，3)があるので，

(　③　)　…㋐

また接点は円上の点であるので，

(　④　)　…㋑

㋐，㋑の連立方程式を解くと，

$\begin{cases} s=2 \\ t=1 \end{cases}$，$\begin{cases} s=-1 \\ t=2 \end{cases}$

これを※に代入して，求める接線は，

(　⑤　)　または，(　⑥　)

22　2 つの円

$\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ x^2+y^2-6x-2y+5=0 \end{cases}$ の交点を通る円は，k を用いて，

(　　)とおける。

23　2 点で交わる 2 つの円

$\begin{cases} x^2+y^2=5 & \cdots(ア) \\ x^2+y^2-6x-2y+5=0 & \cdots(イ) \end{cases}$ がある。

(ア)から(イ)を引いて整理すると，

$3x+y-5=0$　…(ウ)となる。

直線(ウ)は，(　　)を表す式である。

18

$x^2+(x+k)^2=1$

$x^2+x^2+2kx+k^2=1$

①　$2x^2+2kx+(k^2-1)$

②　$>$

$(k+\sqrt{2})(k-\sqrt{2})<0$

③　$-\sqrt{2}<k<\sqrt{2}$

$d=\dfrac{|0-0+k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{|k|}{\sqrt{2}}$

④　$\dfrac{|k|}{\sqrt{2}}$

⑤　$<$

$|k|<\sqrt{2}$ より，

⑥　$-\sqrt{2}<k<\sqrt{2}$

19

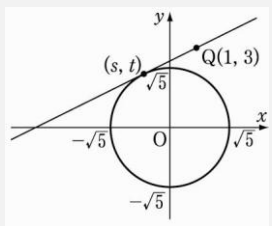
$1\cdot x+2\cdot y=5$

$\therefore$　$x+2y=5$

20

接点の座標

21



①　接点の座標を $(s,\ t)$

②　$sx+ty=5$

$x=1$，$y=3$ を代入して，

③　$s+3t=5$

④　$s^2+t^2=5$

⑤　$2x+y=5$

⑥　$-x+2y=5$

22

$k(x^2+y^2-5)$

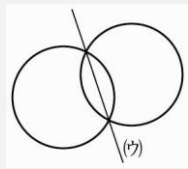
$+(x^2+y^2-6x-2y+5)=0$

ただし $k\neq-1$

$\left(\begin{array}{l} k=-1\text{のときは2円を} \\ \text{通る直線になる} \end{array}\right)$

23

円(ア)と円(イ)の交点を通る直線



24　「点 P の軌跡を求めよ」という問題では，点 P の座標を(　①　)とおき，(　②　)を求めていく。

25　［アポロニウスの円］

2 点 A，B からの距離の比が 2 : 1 である点 P の軌跡は，線分 AB を(　①　)と(　②　)を(　③　)とする円である。

26　点 A(6，0)と円　$x^2+y^2=16$　上の点 Q を結ぶ線分 AQ の中点を P とする。

Q が円上を動くとき，点 P の軌跡を求めよ。

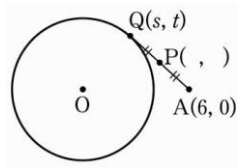
解）

(　①　)，動点 Q(s，t)とおく。

Q は円上より，(　②　)…(ア)

また点 P は AQ の中点より

$\begin{cases} x=(\ ③\ )\cdots(イ) \\ y=(\ ④\ )\cdots(ウ) \end{cases}$



(イ)，(ウ)より

$s=2x-6$，$t=2y$

これらを(ア)に代入すると，

$(2x-6)^2+(2y)^2=16$

両辺を(　⑤　)で割って，

(　　⑥　　)

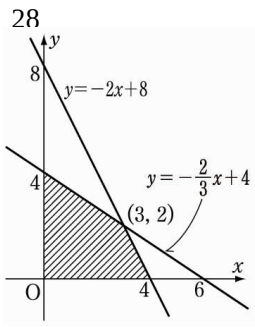
求める軌跡は，(　　⑦　　)である。

27

(1)　不等式　$y>2x+3$　の表す領域は，$y=2x+3$　の(　①　)である。

(2)　不等式　$(x-3)^2+(y-2)^2<5$　の表す領域は，円　$(x-3)^2+(y-2)^2=5$　の(　②　)である。

28



点(x，y)が左図斜線部分(境界を含む)にある。

$x+y$ の最大値は，

(　①　)であり，このとき，　$x=$(　②　)，

$y=$(　③　)である。

また，$3x+y$ の最大値は，(　④　)であり，

このとき，　$x=$(　⑤　)，　$y=$(　⑥　)

である。

29

円 $(x-1)^2+(y+2)^2=25$ 上の点(4，2) における接線の方程式は，

(　　)である。

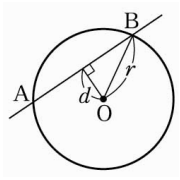
30

(1)　円　$x^2+y^2=r^2$　上の点(x_1，y_1)における接線の方程式は，(　①　)

(2)　円　$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$　上の点(x_1，y_1)における接線の方程式は，

(　②　)

31　［弦の長さ］



円と直線があり，円の半径を r，円の中心 O と直線までの距離を d とすると，

弦 AB の長さ＝(　　)

24

①　$(x,\ y)$

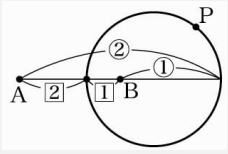
②　x と y の関係式

25

①　2 : 1 に内分する点

②　2 : 1 に外分する点

③　直径の両端



26

①　$P(x,\ y)$

②　$s^2+t^2=16$

③　$\dfrac{6+s}{2}$

④　$\dfrac{t}{2}$

⑤　4

大切

⑥　$(x-3)^2+y^2=4$

⑦　中心(3，0)，半径 2 の円

27

①　上側部分

(ただし境界を含まない)

②　内部

(ただし境界を含まない)

28

$x+y=k$ より

$y=-x+k$

①　5

②　3　　③　2

$3x+y=k$ より

$y=-3x+k$

④　12

⑤　4　　⑥　0

29

$(4-1)(x-1)+(2+2)(y+2)=25$

$3(x-1)+4(y+2)=25$

$\therefore$　$3x+4y-20=0$

30

①　$x_1x+y_1y=r^2$

②　$(x_1-a)(x-a)$

$+(y_1-b)(y-b)=r^2$

31

$2\sqrt{r^2-d^2}$