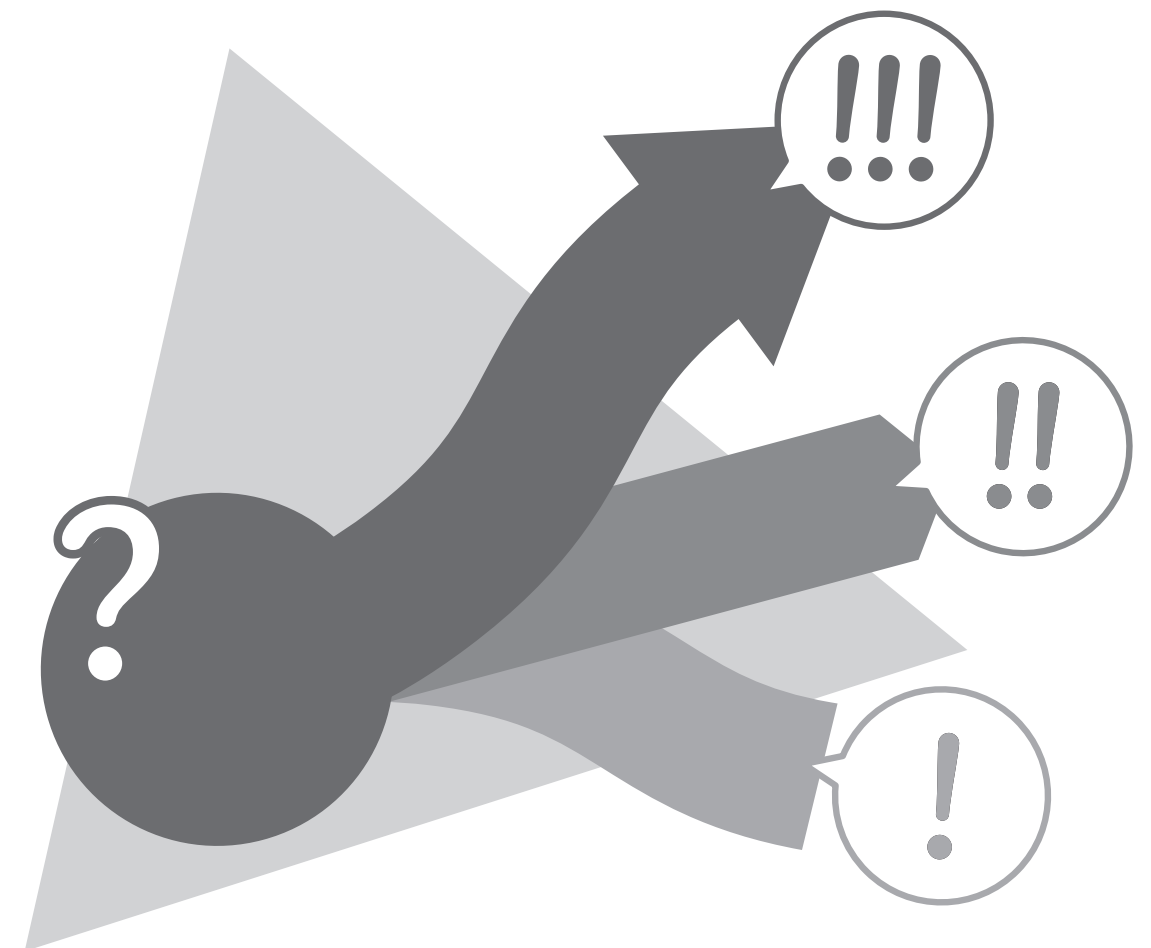


算数の時間が10倍深まる

# 「採点学習」



—— 知が啓く。 ——

啓林館

本 社	〒543-0052	大阪市天王寺区大道4丁目3番25号	電話(06)6779-1531
東 京 支 社	〒113-0023	東京都文京区向丘2丁目3-10	電話(03)3814-2151
北海道支社	〒060-0062	札幌市中央区南二条西9丁目1番2号 サンケン札幌ビル1階	電話(011)271-2022
東 海 支 社	〒460-0002	名古屋市中区丸の内1丁目15番20号 ie 丸の内ビルディング1F	電話(052)231-0125
広 島 支 社	〒732-0052	広島市東区光町1丁目10番19号 日本生命広島光町ビル6階	電話(082)261-7246
九 州 支 社	〒810-0022	福岡市中央区薬院1丁目5番6号 ハイヒルズビル5階	電話(092)725-6677

<https://www.shinko-keirin.co.jp/>

啓林館

# 目次

contents

◆「安心」・「意欲」・「深い学び」	1
◆採点学習の概念と本冊子が基づく理論	
1 採点学習とは何か？	2
2 算数科の本質の捉え方について	5
◆採点学習の具体的内容	
1年 かずしらべ 「ぱっと見て分かる並べ方のコツ」	6
2年 かけ算(1) 「式は算数の文だね」	8
3年 表とグラフ 「1目盛り1ではいけないの？」	10
3年 あまりのあるわり算 「わり切れない時はどう答えるの？」	12
4年 面積 「長方形・正方形の求積公式はどこまで通用するの？」	14
4年 がい数とその計算 「5は捨てるの？上げるの？」	16
5年 整数 「整数も2つに分けよう」	18
5年 面積 「どんな平行四辺形でも簡単に長方形に変身」	20
5年 面積 「ひし形の求積公式って便利だね」	22
5年 平均とその利用 「なぜ式に0を入れるの？」	24
5年 速さ 「距離・道のり・・・どっち？」	26
6年 分数÷整数 「分子をわると困るのはどんなとき？」	28
6年 場合を順序よく整理して 「落ちや重なりのない組み合わせを考えるコツ」	30
6年 円の面積 「円も直線の図形に変身できるの？」	32

## 「安心」・「意欲」・「深い学び」

算歩会S 会長 山下 昌茂

子どもA：「この問題は解けた。合っているのかどうか、教えてくれるまで待っておこう。」  
子どもB：「この問題の答えは既に知っているが、説明はできないので指名されたくない。」  
子どもC：「この問題は全く分からないが、じっと我慢して待てば最後に教えてくれる。」

このように、問題解決していく授業中の子どもの内面は多様です。毎時間受け身であろう子どもCのような状況は、決して積み重ねてはなりません。教材の進度を重視し、子どもの意欲や思考が止まっている状況を見て見ないふりをしてはならないのです。

教師は、「習ったことを使って解いてごらん」とよく助言しますが、子どもの反応は大きく変わりません。なぜなら、本時の問題と系統的な位置付けにある過去の学びが、今に活用できる知識・技能として成立させられていないことが多いからです。また教科書に表記されているような模範的で最高の表現・処理方法やアイディアが、全く情報をもっていない白紙の子どもから、10分～15分といった短時間に表出させるのは困難だと感じます。教科書に示された表現や内容を前もって目にした子どもや、学校以外の場で既に知識を得ていた子どものみの反応によって授業が進んでいく場面も少なくありません。

本書は、上述した子どもA・Bも含め、特に子どもCの状況を改善していくことを使命として、自主研究グループ「算歩会S」（1984～）で実践授業を展開しながらまとめたものです。表層的な理解に終わるのではなく、分からないまま長時間待たせ、教師や他者の説明を聞かせて授業が終わるのでもなく、どの子にも45分間の意欲的な学びを保障しながら本質に迫らせていくことをめざしたものです。

### 授業改善のポイント

#### 1. 本質を見極める

「・・・を理解させる」「・・・ができるようになる」という短期目標にとどまらず、本時(単元)の問題解決過程で培わなければならない資質や能力、ものの見方や考え方は何なのか・・・、どのような算数の力を育成することに適した教材なのかを明らかにします。そしてそれが身に付くかどうか、培えるかどうか等にこだわった授業設計に向かいます。このように、本質を見極めることで、表層的な授業から教材の価値に迫る深い学びに改善されていきます。

#### 2. 学びの過程「導入」・「展開」・「活用」を意識する

教科書の1ページ(1単位時間)には、問題から解答までの要点を無駄なく簡潔に表記されています。この全てを「展開」の場と位置付けると、その前には、日常の何気ない事象から子どもの疑問や意欲を生み出す「導入」の場が必要です。さらに展開の後には、理解を深め・広げる「活用」の場が必要です。このように、教科書に表記された内容だけを1単位時間の全てと考えず、その前後の活動を付加することで、生活場面とのつながりをもつ深い学びに改善されていきます。

#### 3. 学びの過程の展開の場を『採点学習』とする

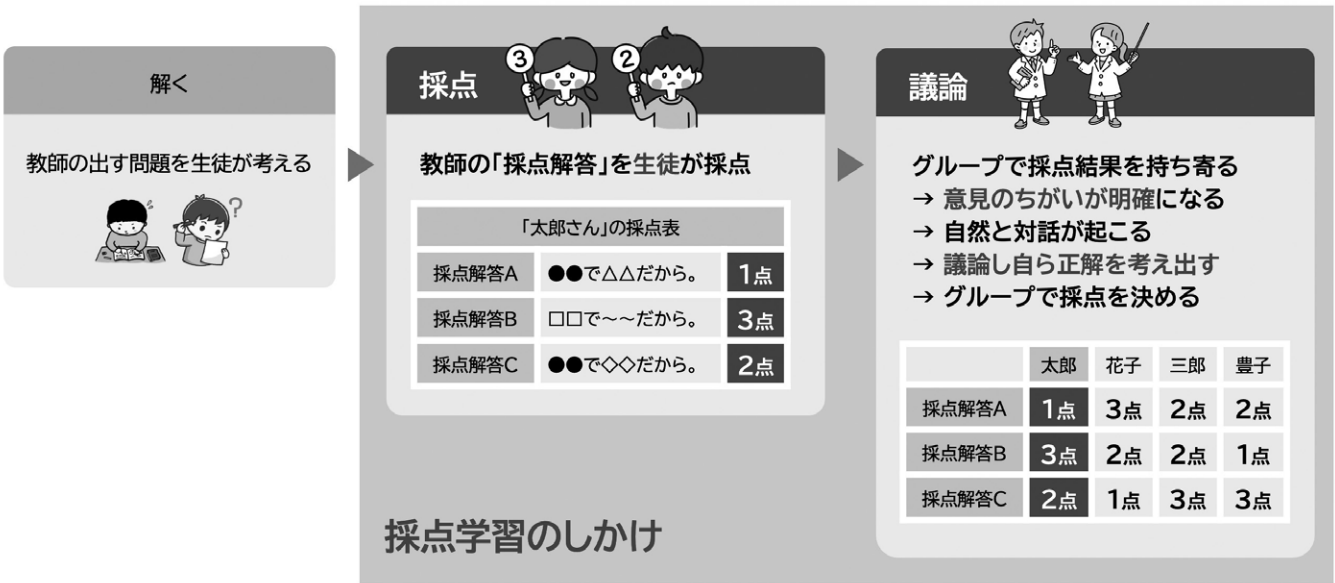
課題設定・見通し・「自力解決」・集団検討・・・と、一般的にはこのような授業設計となりますが、「自力解決」が困難である子どもCは、この時間を苦痛に感じています。そこで、この時間に原則として本質に迫る3種の解答例を示し、それらの解答を先生になったつもりで子どもに採点(3点満点)させます。これを『採点学習』と呼んでいます。なぜ3点としたのか、なぜ2点なのか・・・、提示された問題の数や形等を変化させながらその根拠を明確にさせ、交流・集団決定へと向かわせます。これは、より簡潔・明瞭・的確な表現・処理方法に向かう思考・体験の重視であり、決定学習から証明学習への転換です。子どもの発想や閃き等を期待しながら待ち続ける学びの場(「子どもと算数を創る」)も重要視しながら、この『採点学習』は、どの子にとっても、導入時から対話的な学びに参加できる安心感を抱かせた意欲的で深い学びに改善されていきます。

# 採点学習の概要と本冊子が基づく理論

## 1. 採点学習とは何か？

### (1) 採点学習の概要

「採点学習」とは、採点学習の「問い」に対し教師が提示した「採点解答」を、子どもが教師のように採点し、その採点結果と根拠をグループで持ち寄って議論しながら、子どもたち自身の力で学びの目標に迫る学習法であり、香川県三豊市で開発された方法論である。<sup>1</sup>



採点学習は、各教科の学びを深めるだけではなく、児童生徒全員が安心して意欲的に参加できる授業づくり、そして、言語活動の充実においても効果がある。<sup>2</sup>

### (2) 採点学習の授業の基本的な流れ

教師の役割	子どもの意識
<b>1 導入 - 採点学習の問いに出合わせる前の活動</b>	
日常生活や既習の学習経験を振り返る場面を設定する。 <sup>3</sup>	■本時の価値を理解する。 ■採点学習の問いにつながる疑問や課題意識を高める。
めあてや本時の問題を提示する。 <sup>4</sup>	■めあてや本時の問題を理解する。
<b>2 展開 - 「採点学習」</b>	
採点学習の問いと、3つの採点解答を提示し、根拠とともに採点させる。 <sup>5 6</sup> ■採点は原則として＜1・2・3点＞の三段階評価とする。 <sup>7</sup> ■原則として採点解答すべてに点数を付けるよう求める。 ■場合によっては採点解答を提示する前に自由につぶやかせる等して見通しをもたせる。	■採点学習の問いと採点解答に対して、自分の考えをもつ。 ■「もし・・・でなかったらとしたら」と考え、問題に示された要素（数や場面、形等）を変化させながら採点する。

<p>グループで採点結果と根拠を共有させる。</p> <p>■話し合いに入る前に、必ず全員が採点結果と根拠を発表するようにする。<sup>8</sup></p> <p>■個人の採点表とは別にグループの採点表を作成させることで、グループでまとめて発表しやすくする。</p>			<p>■自分と他の子どもの考えのちがいに気づき、疑問をもつ。</p>																																																														
<div><div><p>「りこ」さんの個人表</p><table><tr><th>採点 解答</th><th>採点</th><th>理由</th></tr><tr><td>A</td><td>2</td><td>・・・</td></tr><tr><td>B</td><td>3</td><td>・・・</td></tr><tr><td>C</td><td>1</td><td>・・・</td></tr></table></div><div><p>1班グループ採点表</p><table><tr><th>採点 解答</th><th>りこ</th><th>かず</th><th>ゆい</th><th>そら</th><th>グル ープ</th></tr><tr><td>A</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>B</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>C</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td></tr></table></div><div><p>学級採点表</p><table><tr><th>採点 解答</th><th>1班</th><th>2班</th><th>3班</th><th>4班</th><th>学級</th></tr><tr><td>A</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>B</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>C</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td></tr></table></div></div>						採点 解答	採点	理由	A	2	・・・	B	3	・・・	C	1	・・・	採点 解答	りこ	かず	ゆい	そら	グル ープ	A	2	1	2	1	1	B	3	3	2	2	3	C	1	3	1	3	2	採点 解答	1班	2班	3班	4班	学級	A	1	1	1	1	1	B	3	3	3	2	3	C	2	3	2	3	2
採点 解答	採点	理由																																																															
A	2	・・・																																																															
B	3	・・・																																																															
C	1	・・・																																																															
採点 解答	りこ	かず	ゆい	そら	グル ープ																																																												
A	2	1	2	1	1																																																												
B	3	3	2	2	3																																																												
C	1	3	1	3	2																																																												
採点 解答	1班	2班	3班	4班	学級																																																												
A	1	1	1	1	1																																																												
B	3	3	3	2	3																																																												
C	2	3	2	3	2																																																												
<p>話し合いながらグループの採点結果と根拠をまとめさせる。</p> <p>■採点学習の問いは、あくまで問題場面の一例でしかないため、条件を変化させながら採点解答を評価する必要があることを伝える。</p> <p>■机間指導しながら、学級全体で共有するべき考え方を発見しておく。</p>			<p>■グループで話し合いながらより良い考えを見つけ出そうとする。</p> <p>■話し合いながら自分の考えも整理し深めていく。</p> <p>■話し合ってもなお解決できない疑問を発見する。</p>																																																														
<p>学級全体で各グループの考えを共有させ、採点を決定させる。<sup>9</sup></p> <p>■子どもの意見を教師がつなぎ、採点の根拠の納得化を図る。</p> <p>■適宜、学級全体で共有するべき個人の考え方も取り上げる。</p>			<p>■他のグループの考えから学び、さらに自分の考えを変化させる。</p> <p>■自分のグループと他のグループの話し合いの過程のちがいを知り、協働の仕方や話し合い方を学ぶ。</p>																																																														
<p>学習をまとめ、振り返らせる。</p>			<p>■本時の学びを言語化して整理することで、他の問題や場面でも応用可能な考え方として身に付ける。</p>																																																														
<p>3 活用 – 採点学習の問いを解決した後の活動</p>																																																																	
<p>■発展的な問題や、本時に学んだ内容が活用できる生活場面の問題を考えさせる。</p> <p>■問題の場面や数値設定が変わることで、採点も変化することを実感させてもよい。</p>			<p>■本時の学びとして整理した内容の理解をより深める。</p> <p>■本時に学んだ内容が、他の問題や生活場面にも応用できることを実感する。</p>																																																														

<sup>1</sup> 参考文献：亀岡恭昂・小玉祥平「見本答案への採点を軸に読みを深める『プリズムメソッド』」（2021年、『読書科学』63 巻1号P.28-39）

<sup>2</sup> 本冊子は算数科のみ扱うが、他教科でも活用可能である。

<sup>3</sup> 本冊子においては、単に既習事項を確認するだけではなく、本時の採点学習の問いにつながる日常生活経験を扱うことを原則とする。

<sup>4</sup> 「本時の問題」と「採点学習の問い」は同じ場合もあるが、異なる場合もある。「本時の問題」は本時で解決すべき問題自体であり、「それをどのように解く（または処理する）か」など特定の視点を加えたものが「採点学習の問い」となることがある。

<sup>5</sup> 採点解答は基本的に3つがよい。必要に応じて2つ、または、4つ以上にすることも可能だが、多様な考え方を比較できるようにしつつ、本時の限られた時間のみで対話を深めるためには3つ程度が望ましい。

<sup>6</sup> 提示する順序によって子どもの意識の流れが変化するため、順序も非常に大事である。本冊子も採点解答は左から実際に提示する順番で表記している。

<sup>7</sup> 5段階評価にすると細かい採点のちがいにこだわりすぎて本質的でない議論に時間を取られてしまうことがあるため、基本的には3段階評価が望ましい。また、＜○・△・×＞のような記号ではなく点数で評価させることで、「より良い4点の考え方は無いかな？」と追発問につなげやすいという利点がある。なお、3段階評価であれば、0-1-2点よりも1-2-3点の方が分かりやすいため、そうすることが多い。

<sup>8</sup> 全員が発表する前に話し合い始めると、積極的に発言する子どもだけに場が支配されてしまうことがあるため配慮する。

<sup>9</sup> 本冊子において、全体交流の子どもの意見は、教師が取り上げたい順番で表記している。



(3) 採点学習の授業づくりのポイント

- ①採点学習の問いが本時の本質に迫るものである
- 採点学習の問いについて話し合う中で、自然と子どもが本時の本質に近づくような問いを教師が与える必要がある。
- ②採点解答すべてに意義がある
- すべての採点解答が検討するに値する価値があるべきであり、点数ごとに以下のような意味をもたせるのが基本である。
- 【3点】教科書通りの解答、欠点のない解答
- 【2点】評価する側面はあるが、考慮不足の側面もある解答
- 【1点】よくある誤答、考える価値のある誤答
- ③子どもの対話と自力解決を重視する
- 安易に教師が教えたり意見をまとめて誘導したりするのではなく、子どもが話し合う中で自ら正解に迫ることをねらうべきである。教室全体の対話よりも、グループでの対話を重視する。

(4) 採点学習の効果

学習活動の充実		学びの深まり	
学びの方向づけ	採点解答を通じて、教師が目に向けてほしいポイントに誘導することで、話し合いが本質的な部分に早く到達する。	各授業で達成する学び	どれが正解かだけではなく、正解の根拠や意義も学ぶため、学習内容を深く理解し他の場面や教科でも応用できる考え方が身に付く。
	採点解答に「子どもからの発想は期待できなかったり考えとして表出はしにくかったりするが話し合ってほしい」ポイントを含められる。		相手に自分の考えを説明したり、相手を説得しようしたりしながら学ぶため、学習の定着率が高まる。
対話の活性化・全員参加	採点によって考えのちがいが明確になり、子ども同士が質問しやすくなる。	中長期的に涵養されるもの	
	グループの採点結果と根拠をまとめるという明確な対話のゴールを設定しやすい。		コミュニケーション力や批判的思考力、協調的問題解決能力など、教科横断的な思考力が育つ。
	子ども同士が考えを相互評価するのではなく、教師の出した採点解答を評価するため、臆せず批判・否定できる。		正解は与えられるものではなく自分たちで考え出すものであり、言われたことを鵜呑みにするのではなく自分の頭でまず批判・吟味してみようという姿勢が醸成され、自立した学習者としての学び方が身に付く。
	全員が自分の考えを採点として簡潔に表現してから話し合うことで、積極的に発言する一部の子どもに引っ張られたり萎縮したりすることが少ない。		
	採点解答がヒントとなり、苦手な子どもも考えやすくなる。		グループで様々なアイデアを比較・検討した上で、グループとしての意見をまとめるという一生使える対話の仕方が身に付く。
	既に正解を知っている子どもにとっても、なぜそれが正解で、他の採点解答が誤答である理由を説明する中で学びが起こる。		

- これを踏まえて、本冊子では以下のような問題を中心に取り上げている。
1. 定番問題、授業研究で取り上げられることが多い問題
  2. 子どもの反応だけでは出てきにくい考え方を吟味する必要がある問題
  3. 全国学力・学習状況調査等で特に課題とされた問題
  4. 解法の教え込みになりがちな問題、表層的な理解にとどまりがちな問題

2. 算数科の本質の捉え方について

本冊子の各授業がめざす算数科の「本質」とは、本時の問題を解くためだけの方法や、その単位だけに適用される知識などの表面的な「学習目標」と、以下の2点において区別されるものである。

- ①応用性の高い基礎的な概念理解につながること
- 一つ一つの概念を基礎から理解し、未知の問題や他単位でも応用できるようになることが必要である。これは、片桐重男氏の言う「内容に関係した数学的な考え方」にあたる。<sup>10</sup>
- 例えば、それぞれの単位の使用場面を理解したり計算・変換できたりするだけではなく、そもそも単位とは何なのかを理解することや、三角形・長方形・正方形などの求積公式をそれぞれ使えるようになるだけではなく、それらに共通する求積の考え方を理解するといったことである。
- ②数理的な問題以外にも応用できる汎用的な思考力につながること
- 算数科で扱う問題（数理的な事象）に直接関わることだけではなく、それ以外の様々な問題や生活場面でも活用できるような汎用性がある思考力につながるが必要である。片桐重男氏の言う「数学的な態度」<sup>11</sup>と「方法に関係した数学的な考え方」にあたる。<sup>12</sup>
- 例えば、問題を正確に解けるだけではなく、より簡潔で幅広い問題に応用できる処理方法を考えたり、複数の法則や公式をできる限り一般化し統合しようとしたりする思考のことである。
- 学習指導要領解説(p.24)にある以下の考え方とも同様である。<sup>13</sup>
- 「数学的に考える資質・能力」とは、算数科の教科目標に示された三つの柱で整理された算数・数学教育で育成をめざす力のことである。これらの資質・能力は、「数学的な見方・考え方」を働かせた数学的活動によって育成されるもので、算数の学習はもとより、他教科等の学習や日常生活等での問題解決に生きて働くものである。

これを踏まえて、本冊子では各授業の「本時の本質」を以下の構成で記載している。

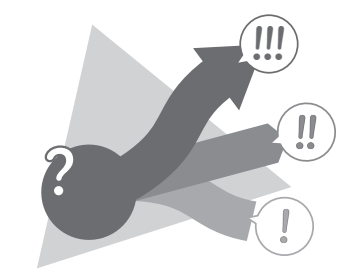
文の部分、文型	内容	指導過程の対応箇所
1文目 「～を通して」等	学習活動の要点	＝採点学習の問いに対する活動
2文目 「～の理解を深め」等	内容に関係した数学的な考え方	＝採点学習の話し合いの中で生まれるべき気付き
3文目 「～を育てることができる」等	数学的な態度 数学的な方法に関する考え方	＝本時によって最終的に育成したい態度や考え方

<sup>10</sup> 参考文献：片桐重男『数学的な考え方・態度とその指導1（名著復刻）数学的な考え方の具体化』（2017年、明治図書出版）。具体的には、単位の考え・表現の考え・操作の考え・アルゴリズムの考え・概括的把握の考え・基本的性質の考え・関数の考え・式の考えの8つ。

<sup>11</sup> 参考文献：同上。具体的には、「自ら進んで自己の問題や目的・内容を明確に把握しようとする」、「内容を簡潔明確に表現しようとする」、「筋道の立った行動をしようとする」、「よりよいものをもとめようとする」の4つ。

<sup>12</sup> 参考文献：同上。具体的には、帰納的な考え方・類推的な考え方・演繹的な考え方・統合的な考え方・発展的な考え方・抽象化の考え方・単純化の考え方・一般化の考え方・特殊化の考え方・記号化の考え方の10個。

<sup>13</sup> 引用文献：文部科学省『【算数編】小学校学習指導要領（平成29年告示）解説』（2017年）による



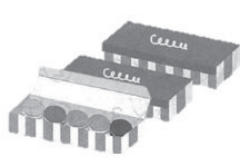




## 「式は算数の文だね」

## 本時の問題 教科書下P.21

おかしのはこが3はこあります。  
1つの はこには、おかしが5こずつ  
はいっています。  
おかしは ぜんぶで 何こ ありますか。



## 本時の本質

問題場面に応じた正しい式について  
吟味する活動を通して、被乗数と乗数  
の意味についての理解を深め、式をよ  
む習慣や態度を育てることができる。

## 1.導入 採点学習の問いに出合わせる前の活動

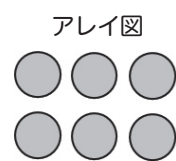
★様々な問題場面からかけ算の式をつくらせる。



イラスト

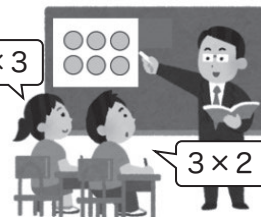
ことば

1本が4cmのテープ3本分の  
長さは何cmですか。



アレイ図

$2 \times 3$



$3 \times 2$

○かけ算の式は、(ひとつ分の数)×(いくつ分)=(ぜんぶの数)という意味だ。

◎2つの式ができる場合もあるね。

## 2.展開 『採点学習』

★問題場面と式とを関連付けさせる。

## 採点学習の問い

「ぜんぶのおかしの数をもとめるかけ算の式はどうなるのだろう？」

(1) 本時の問題を示した後、採点学習の問いと採点解答を提示する。

【A】1点としたい採点解答

$3 \times 5 (=15)$

【B】3点としたい採点解答

$5 \times 3 (=15)$

【C】1点としたい採点解答

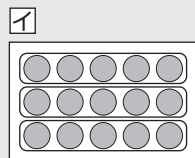
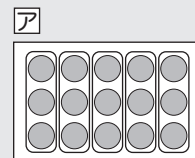
どちらの式でもよい

(2) 解答それぞれを3点、2点、1点で採点させ、その根拠を明確にさせる。

①まず個々に採点させ、その後グループ交流しながら採点を決定させていく。

○問題文とアレイ図を与え、それを根拠に採点した理由を整理させる。

採点解答	はる	ゆい	そら	テオ	グループ採点
【A】 $3 \times 5 (=15)$	3	1	2	1	1点
【B】 $5 \times 3 (=15)$	1	2	2	3	3点
【C】どちらの式でもよい	1	3	3	1	2点



式はお話の順にかくから、  
 $3 \times 5$ が3点。

3箱が5こずつ分…？おかしな  
意味になるから $3 \times 5$ は1点。

アレイ図で考えると、見る向きを変  
えているだけで、どちらも15になる  
から「どちらでもいい」が3点かな。

○個々の点数を元に理由を交流させながらグループとしての考えを整理させる。

②各グループの考えを全体交流させ、採点を決定させる。

○それぞれの考えに各グループが何点をつけたか分かるように提示し、考えの違いに着目して話し合  
えるようにする。

【A】は1点で良い： $3 \times 5 (=15)$



これまでの勉強みたいに、話の順に式にしているね。  
でも、3このかたまりが5つ分という意味になって、  
問題に合った式にはなっていないよ。

$3 \times 5$ だと3箱の5こずつ分  
で、答えが15(箱)になっ  
てしまう。

【B】は3点で納得： $5 \times 3 (=15)$



図を見てよ。1つの箱におかしが5  
個ずつ入っていて、その箱が3つ  
分あるから、 $5 \times 3$ になるよ。



$5 \times 3$ の式は、5このかたまり  
が3つ分という意味で、問  
題と同じ様子になるよ。

【C】は2点で良い・1点で良い：「どちらの式でもよい」



$3 \times 5$ も答えは同じになるけれども、式は、問題の  
様子に合わせて表さないといけいないだね。

③全体交流後に、再考する時間を設け、自分の採点を修正させる。

○交流を通して、自分の考えがどのように変容したかについて語り合う場を設け、正しく立式するた  
めに大切なことをまとめる。※ $5 \times 3$ の式が正しいことを確認する。

「どちらの式でもよい」に3点を  
付けていたけれど、1点で良いと  
思ったよ。  
式に使われている数字の順を変  
えると意味が変わってしまうと分  
かったからだよ。

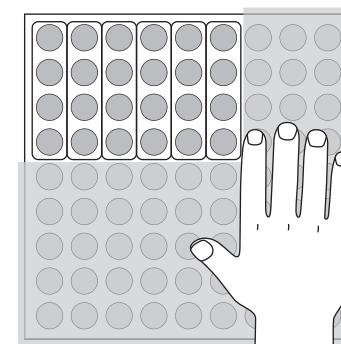
かけ算は順番を変え  
ても答えは同じだけ  
れど、式が問題場面  
と同じ様子になっ  
ているかを見直すこと  
が大切だよ。

かけ算の式は、(ひとつ分の数)×  
(いくつ分)=(ぜんぶの数)とい  
う意味だから、正しく表すため  
には、問題のどの数がひとつ分の  
数で、どの数がいくつ分の数を考  
えることが大切だと分かったよ。

## 3.活用 採点学習の問いを解決した後の活動

★式から様子(問題)をイメージできるようにさせる。

(1)  $4 \times 6$ の式に合わせて下のようにアレイ図を囲ませ、場面を言葉で表現させる。



「1箱4個入りのあめが6箱」

「1列に4人ずつ6列に並ぶ」

同じ式から、いろいろな  
場面が見えてくるね。

$4 \times 6$ の式は、4個のまとまりが6つないといけいないだね。  
6つつ囲むと、式とは違う場面になってしまうね。

式は様子を表す「算数の文」なのだね。

式に応じた部分だけを表せるように、重ねて隠せるシートを用意しておく。

(2) 次の問題を立式させ、その式が問題の様子を正しく表しているかを吟味させる。

①テープを4本つなぎます。テープ1本の長さは3cmです。ぜんぶで何cmになりますか。

②漢字を1日に5字ずつ書きます。1週間では何字書けますか。

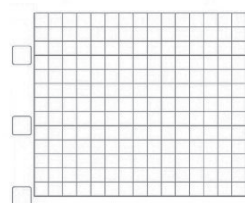
③あめを4こ買います。1こ5円のあめを買うと、何円になりますか。

## 「1目盛り1ではいけないの？」

## 本時の問題 教科書上P.80

右の表は、ゆうきさんが前の1週間に家で学習した時間を表したものです。

ぼうグラフにかいてみましょう。



家で学習した時間調べ	
曜日	時間(分)
日	40
月	80
火	70
水	110
木	50
金	90
土	120

## 本時の本質

棒グラフの1目盛りを決める活動を通して、1目盛りの大きさはグラフ用紙の大きさや与えられた数値の最高値に応じて決まることを理解し、目的に合わせてよりよい方法をデータを図化しようとする態度を育てる。

## 1. 導入 採点学習の問いに出会わせる前の活動

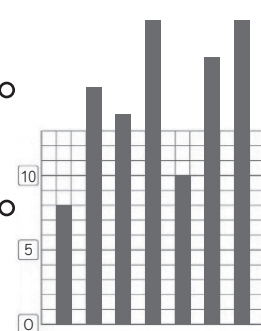
★生活の中の様々なデータを取り上げ、1目盛りの数値によっては、棒グラフが用紙に収まらない場合があることに気付かせる。



1目盛りの大きさが1だと入りきらないな。

目盛りの数の多い大きなグラフ用紙がいるよ。

1目盛りの大きさを考えてみるとどうかな。



◎1目盛りの大きさを考えないといけない場合もあるのだね。

## 2. 展開 『採点学習』

★1目盛りの大きさを判断するための観点を明確にさせる。

(1) 本時の問題を示した後、採点学習の問いと採点解答を提示する。

## 採点学習の問い

「棒グラフの1目盛りをいくらにすればいいのだろう？」

【A】2点としたい採点解答

1目盛りの大きさを100

【B】3点としたい採点解答

1目盛りの大きさを10

【C】1点としたい採点解答

1目盛りの大きさを5

(2) 解答のそれぞれを3点、2点、1点で採点させ、その根拠を明確にさせる。

①まず個々に採点させ、その後グループ交流しながら評価を決定させていく。

○実際にグラフに表したり、個々の点数を元にしたりして、理由を交流させながらグループとしての考えを整理させる。

<あるグループの例>

解答例	テオ	れん	りこ	かず	グループ採点
【A】1目盛りの大きさを100	2	2	3	1	2点
【B】1目盛りの大きさを10	3	3	2	3	3点
【C】1目盛りの大きさを5	1	1	1	1	1点

実際にグラフに表すと、1目盛りの大きさが10でも100でもおさまっているけれど、より良いグラフはどちらだろう？

②各グループの考えを全体交流させ、学級としての評価を決定させる。

○各グループの評価表を観察したり実際に表したグラフを見せたりし、意見交流させながら評価の根拠の納得化を図る。※以下の反応はグループ交流で出させておく。

【C】は1点で良い



1目盛りの大きさが5だと、すべての曜日の目盛りをとることができないよ。

もっと細かいマスのグラフ用紙ならいいかもしれないけれど・・・。

【A】は2点で良い



どの曜日もグラフ用紙におさめることはできているなあ。

棒が短くなって、用紙の上の方が広く空いていてバランスが悪いなあ。棒グラフは比較のためなのに、棒が短すぎて、違いが一目では分かりにくいよ。

【B】は3点で納得



一番大きい値もグラフの中におさめることができるし、棒の長さによって、違いが分かりやすいよ。

与えられた用紙の中にバランス良く(余白を少なくして)おさめることができるよ。

③きれいにおさめる手順を確認させる。

手順1：表の数値の中で一番大きい値をさがす。

手順2：使用するグラフ用紙の目盛りの数を調べる。

手順3：一番大きい数値がグラフ用紙の上の方になるように、1目盛りの大きさを決める。

手順4：グラフの縦軸の目盛りを付け、比較しやすい棒グラフを仕上げる。

棒グラフは、比べたいものの違いが良く分かるようにかくことが大事だね。

グラフ用紙から棒がはみ出すのは当然だめだけど、グラフ用紙の上の方に大きな余白ができるのも良くないね。



## 3. 活用 採点学習の問いを解決した後の活動

★グラフをきれいにおさめる手順を別場面で活用させる。

○次の水筒の水のかさを棒グラフに表わさせる。

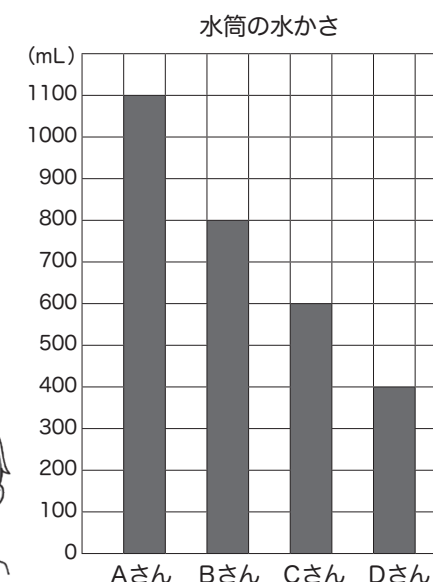
Aさん	Bさん	Cさん	Dさん
1100mL	800mL	600mL	400mL



グラフ用紙の目盛りを数えてみると、縦に12個あるな。

この場合は、一番大きい値が1100だから、1目盛りを100にすれば良さそうだ。

与えられたグラフ用紙や数値を変えることで、本時の問題では点数の低かった1目盛り5や100を選択させる場面に出会わせる。目的に合わせて1目盛りの大きさの多様性を感じさせることができる。





## 「わり切れない時はどう答えるの？」

## 本時の問題 教科書上P.103

13このあめを、1ふくろに3こずつ入れていきます。何ふくろできて、何こあまりますか。



## 本時の本質

わり切れない除法の処理方法を吟味していく活動が、既習の除法の原理・原則の再認識につながり、処理方法の一般化・統合化を図ろうとする態度を育てることができる。

## 1. 導入 採点学習の問いに出会わせる前の活動

★既習をふり振り返り、解決できていないわり算に気付かせる。

0 ÷ 2 = 0 ○	0 ÷ 3 = 0 ○	0 ÷ 4 = 0 ○
1 ÷ 2 = ×	1 ÷ 3 = ×	1 ÷ 4 = ×
2 ÷ 2 = 1 ○	2 ÷ 3 = ×	2 ÷ 4 = ×
3 ÷ 2 = ×	3 ÷ 3 = 1 ○	3 ÷ 4 = ×
4 ÷ 2 = 2 ○	4 ÷ 3 = ×	4 ÷ 4 = 1 ○
5 ÷ 2 = ×	5 ÷ 3 = ×	5 ÷ 4 = ×
6 ÷ 2 = 3 ○	6 ÷ 3 = 2 ○	6 ÷ 4 = ×
7 ÷ 2 = ×	7 ÷ 3 = ×	7 ÷ 4 = ×
⋮	⋮	⋮

◎「×」がついているところの答えの表し方を考えよう。

たし算・ひき算・かけ算は、どんな数でも答えが出せたのに、わり算は答えがないものがあるな。

7このみかんを3人で分ける場合もあるから、「×」がついているところも答え方を見つけない。

九九に答えがない場合も、何とか答えることが必要だ。

## 2. 展開 『採点学習』

★わり切れないわり算の適切な処理方法を理解させる。

(1) 本時の問題の1文目のみを示した後、採点学習の問いと採点解答を提示する。

## 採点学習の問い

「13 ÷ 3 のように九九に答えがないわり算は、どう答えればいいのかしら？」

【A】2点としたい  
採点解答

13 ÷ 3 = 3あまり4

【B】3点としたい  
採点解答

13 ÷ 3 = 4あまり1

【C】1点としたい  
採点解答

13 ÷ 3 = 5たらず2

【D】1点としたい  
採点解答

13 ÷ 3 = 6たらず5

○【A】・【B】・【C】・【D】、それぞれの式の意味を13このあめを具体的に操作して理解させる。

(2) 解答それぞれを3点、2点、1点で採点させ、その根拠を明確にさせる。

①まず個々に採点させ、その後グループ交流しながら採点を決定させていく。

○どの答えの表し方を共通のルールとするかという意識で採点させる。

○個々の点数を元に理由を交流させながらグループとしての考えを整理させる。

<あるグループの例>

解答例	そら	テオ	りこ	れん	グループ採点
【A】13 ÷ 3 = 3あまり4	3	2	1	1	2点
【B】13 ÷ 3 = 4あまり1	2	3	3	3	3点
【C】13 ÷ 3 = 5たらず2	1	1	2	1	1点
【D】13 ÷ 3 = 6たらず5	1	1	1	1	1点

答えの表し方は1つに決めたい…。では、どの表し方が適切なの？

②各グループの考えを全体交流させ、学級としての採点を決定させる。

○各グループの採点表を観察させ、意見交流させながら点数の根拠の納得化を図る。

【C】と【D】は1点で良い



いくつ足りないかを考えるより、いくつあまるかを考えた方が九九を使って簡単に考えられる。

【A】は2点で良い



どうせあまるのだったら、3こずつとって残しておくことは生活の中であるよ。

【B】は3点で納得



「4あまり1」だと、できるふくろの数の最大も分かるし、何個あまるかも分かる。

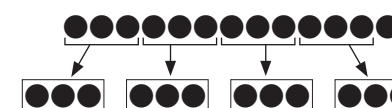
実は世の中には余りと「足らず」のより小さい方を商とする「絶対的最小剰余」という除法もある。プログラミングでもよく使われている。



「あまり」を考えると、数がいくつになってもできてしまうけれど、12 ÷ 3 = 4なのに13 ÷ 3が3になるのはおかしい。

12 ÷ 3 = 4とした。わり算は、とれる最大の数が答えになる。

(3) 操作を通して余りの処理の仕方、式のかき方、よみ方を理解させる。



13 ÷ 3 = 4あまり1  
「三三九」「三四一二」「三五一五」

五だと13をこえる。だから答えは4で、1あまる。

あまりのあるわり算も、あまりのないわり算のときと同じように、わる数のだんの九九を使って答えを見付けられる。

(4) 本時の問題の2文目も提示し、正しい答え方を確かめさせる。

(5) わられる数やわる数の数値を変えて、あまりの求め方を確かめさせる。

わられる数を変える  
あめの数が20こなら…  
「三六一八」「三七二一」  
20 ÷ 3 = 6あまり2

わる数を変える  
1ふくろのこ数が4こなら…  
「四三一二」「四四一六」  
13 ÷ 4 = 3あまり1

あまりがないときを「わり切れる」、あまりがあるときを「わり切れない」というんだ。

## 3. 活用 採点学習の問いを解決した後の活動

★「どんな数もわり算として処理できる」ことを理解させる。

○導入でつくったわり算の表を完成させ、余りの規則性に気付かせる活動を設定する。

0 ÷ 2 = 0 (あまり0) ○	0 ÷ 3 = 0 (あまり0) ○	0 ÷ 4 = 0 (あまり0) ○
1 ÷ 2 = 0 あまり1 ×	1 ÷ 3 = 0 あまり1 ×	1 ÷ 4 = 0 あまり1 ×
2 ÷ 2 = 1 (あまり0) ○	2 ÷ 3 = 0 あまり2 ×	2 ÷ 4 = 0 あまり2 ×
3 ÷ 2 = 1 あまり1 ×	3 ÷ 3 = 1 (あまり0) ○	3 ÷ 4 = 0 あまり3 ×
4 ÷ 2 = 2 (あまり0) ○	4 ÷ 3 = 1 あまり1 ×	4 ÷ 4 = 1 (あまり0) ○
5 ÷ 2 = 2 あまり1 ×	5 ÷ 3 = 1 あまり2 ×	5 ÷ 4 = 1 あまり1 ×
6 ÷ 2 = 3 (あまり0) ○	6 ÷ 3 = 2 (あまり0) ○	6 ÷ 4 = 1 あまり2 ×
7 ÷ 2 = 3 あまり1 ×	7 ÷ 3 = 2 あまり1 ×	7 ÷ 4 = 1 あまり3 ×
⋮	⋮	⋮

わり切れた場合は、あまりが0と考えることができるな。



わる数が5なら、あまりは1, 2, 3, 4の4種類になるはずだ。



3年 3年 4年 5年  
4 ÷ 3 = ? → 4 ÷ 3 = 1あまり1 → 4 ÷ 3 = 1.333... → 4 ÷ 3 =  $\frac{4}{3}$

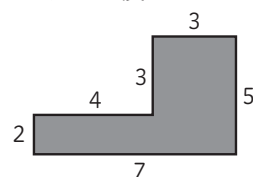
この表を5年まで活用していく。



## 「長方形・正方形の求積公式はどこまで通用するの？」

## 本時の問題 教科書下P.8

次の図形の面積を求めましょう。



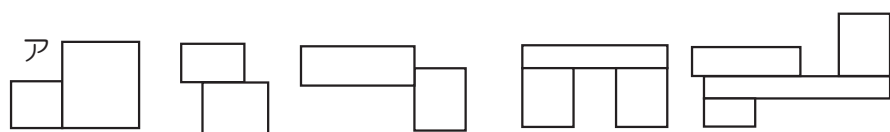
## 本時の本質

長方形等既習の求積公式を活用した複合図形の求積方法が、どんな場面にまで適用されるのかを追究していく活動を通して、量の保存性・加法性の理解と図形を動的に捉える図形感覚が深まり、合理化・一般化に向かおうとする態度を育てることができる。

## 1. 導入 採点学習の問いに出合わせる前の活動

(長方形と正方形の求積公式を獲得後「この公式がどこまで通用するの?」)

★長方形、正方形を組み合わせた図形(複合図形)を作らせる。



長方形と正方形を組み合わせた図形だから、それぞれのたてと横の長さが分かれば、公式で求められるはずだよ。

◎アと類似する本時の問題の図形を代表にして、公式が使えることを確かめよう。

## 2. 展開 『採点学習』

★図形を動的に捉えさせながら、より合理的な方法を選択させる。

(1) 本時の問題を提示し、解決の見通しをもたせた後に採点解答を提示する。

[A] 3点としたい採点解答

$$\begin{aligned} 2 \times 7 + 3 \times 3 &= 14 + 9 \\ &= 23 \\ 2 \times 4 + 5 \times 3 &= 8 + 15 \\ &= 23 \end{aligned}$$

※どちらか一方でも良い

[B] 1点としたい採点解答

$$\begin{aligned} 2 \times 4 &= 8 \\ 2 \times 3 &= 6 \\ 3 \times 3 &= 9 \\ 8 + 6 + 9 &= 23 \end{aligned}$$

[C] 3点としたい採点解答

$$\begin{aligned} 5 \times 7 - 3 \times 4 &= 35 - 12 \\ &= 23 \end{aligned}$$

(2) 解答それぞれを3点、2点、1点で採点させ、その根拠を明確にさせる。

①まず個々に採点させ、その後グループ交流しながら採点を決定させていく。

○それぞれの式にある数と与えられた複合図形とを関係づけながら、式や数の意味や方法を理解させる。



2つの長方形が組み合わさった図形と見て、公式を使って求めている。(3点)

3つの長方形が組み合わさった図形と見て、公式を使って求めている。(1点)

2つの長方形の組み合わせだけれど、欠けた部分があるものとして公式を使って求めている。(3点)

この図形は代表…自分たちが作った様々な図形(複合図形)だったら?

②個々の点数を元に理由を交流させながらグループとしての考えを整理させる。

[B]は1点で良い



組み合わせの図形の数も3つと見るのは無駄だなあ。図形の数にはできる限り少ない方がよい。

式はもっと整理できるよ。

[A]は3点で納得

少なくとも2つの図形の組み合わせだ。

式も整理できている。

[C]は3点で良い・2点で良い



(3点): 少なくとも2つの図形の組み合わせだ。式も整理できている。

(2点): 欠けた部分があるものとして考えるのは面倒だ。引き算も苦手だなあ。



(3点): 私が作った図形 [C] だったら、[A][B]の方法だと3つの図形の組み合わせとなるけれど、[C]の方法だと2つの図形として解決することができて便利だよ。

③各グループの考えを全体交流させ、学級としての採点を決定させる。

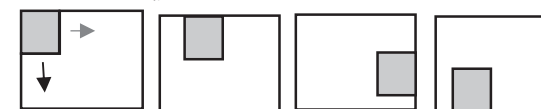
○各グループの採点表を観察させ、意見交流させながら点数の根拠の納得化を図る。

○[A]・[C]の解答に焦点を当てながら図形を動的に捉える場を設定する。

[C]の考え方は、長方形の角の部分が欠けた時だけに使える方法なのかなあ。



○辺に沿って移動



○図形の中で平行移動



○図形の中で回転



[C]は3点(4点)で納得: [A]が便利な場合もあるけれど、欠けた位置が図形の中となると…、ましてや図形の中で回転となると…、もはや[C]の方法しか使えない。今後、欠けた図形が円になっても使えそうだ。98×4→100×4-2×4の工夫と同じだ。

◎ア以外の自分たちが作った図形の面積を求めてみよう。

## 3. 活用 採点学習の問いを解決した後の活動

★長方形、正方形が組み合わさった導入の様々な図形の面積を求めさせる。

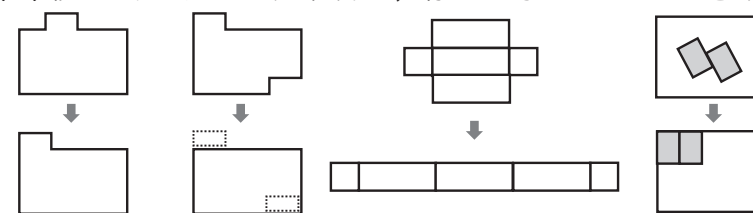
(1) [A]か[C]のどちらの方法で求めるかの理由を交流させる。

この形は、形の違う4つの長方形からできていると考えるのが簡単だから → [A]



この形は、大きな長方形から小さな欠けた長方形を引いて求めるのが簡単だから → [C]

(2) 移動・分割の方法を紹介し、様々な考えを引き出す意欲付けとする。



どのように切っても、どのように移動させても、図形どうしの重なりや切った図形が欠けなければ、元の面積は変わらないよ。

備考

○新たな課題に出会った時に既習(過去)を振り返らせるばかりでなく、本時導入のように、課題解決後に「これが解決したら次に何ができそう?」と(未来に)問いかけることも大切にしたい。

○図形を伸ばす・縮める・回転させる・移動させる等、変化させる活動(動的)が重要である。

## 「5は捨てるの？上げるの？」

## 本時の問題 教科書下P.19

島根県と栃木県の面積は、それぞれ約何千km<sup>2</sup>といえますか。

県の面積	
島根県	6708km <sup>2</sup>
栃木県	6408km <sup>2</sup>

(2021年 国土地理院)

## 本時の本質

概数の範囲において、5の扱い方を検討する活動を通して、四捨五入や切り上げ、切り捨ての意味とその方法を理解し、近似したり記号化したりするなど、思考を節約しようとする態度を養うことができる。

## 1.導入 採点学習の問いに出会わせる前の活動

★日常生活で、概数を用いている場面を振り返らせる。



丸めておよその数にすると、簡潔で数の大きさも捉えやすいね。



○近い数で表すことを「丸める」ということを確認する。

◎様々な場面の数を丸めて、およその数にしてみよう。

## 2.展開 『採点学習』

★概数にするルールを明確にさせる。

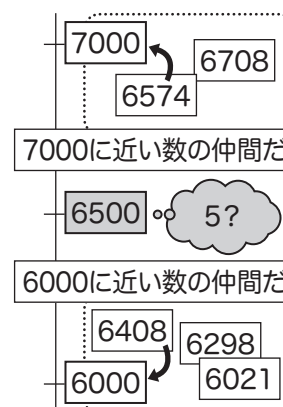
(1) 本時の問題の(島根県)：6708、(栃木県)：6408に加えて、6298、6574、6021の5県を示し、縦の数直線上で操作させる。

6708、6574、は7000に近く、6021、6298、6408は6000に近い中間の数だ。

\* 6500と出合わせる。

「南極にサイプル島という島があるらしいよ。面積は6500km<sup>2</sup>」

百の位が、0、1、2、3、4なら切り捨てて6000、6、7、8、9なら切り上げて7000だと分かるのだけどなあ…。5はどう考えれば良いのだろう？



(2) 切り捨て、切り上げを確認した後、採点解答を提示する。

採点学習の問い

「6500は、6000？それとも7000とするの？」

【A】1点としたい採点解答

5は切り捨てる仲間にして、約6000km<sup>2</sup>とする。

【B】2点としたい採点解答

5はどちらに近いとは言えないから、切り捨て、切り上げ、どちらの仲間かを決められず、約6000km<sup>2</sup>でも約7000km<sup>2</sup>でも良い。

【C】3点としたい採点解答

5は切り上げる仲間にして、約7000km<sup>2</sup>とする。

(3) 解答それぞれを3点、2点、1点で採点させ、その根拠を明確にさせる。

①まず個々に採点させ、その後グループ交流しながら採点を決定させていく。

②各グループの考えを全体交流させ、学級としての採点を決定させる。

○各グループの採点表を観察させ、意見交流させながら点数の根拠の納得化を図る。

【B】は2点・1点で良い



6499.9…だったら6000、6500.0001だったら7000に近いと言えるけど、ちょうど6500.0だと、どうしようもないよ。

まだ半分、もう半分と、感じ方が違うように、場面によって判断したら良いよ。

6500だけ何千と表せないのはいけない。1点で良い。

【C】は3点で納得



百の位に入る数は、0、1、2、3、4、5、6、7、8、9の10種。切り捨ての数が0、1、2、3、4の5種あるから、切り上げの数も6、7、8、9と5とで、同じ5種にすべきだよ。

分からない部分があれば、その周辺のはっきり分かっているところを整理するのだよ。

6500.001 → 切り上げだ

6500.1 → 切り上げだ

6500 ? → 切り上げるべきだ

6499.9 (百の位が同じ記号の5)

6499.001

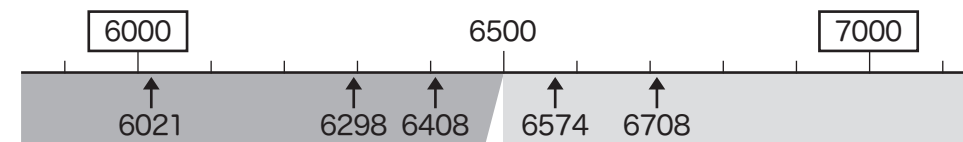


百の位が同じ数字の5なのに、6500だけ切り捨てるのはおかしいよ。切り捨てる【A】は1点で良い。



(4) がい数に表すきまりを数直線で視覚化しながらまとめる。

『零一二三四「捨」五六七八九「入」』という全ての数字を使うのではなく、4以下は捨てる、5以上は上げる(入れる)ことから、『四捨五入』という、簡潔な方法名が付けられていることに気付かせる。



## 3.活用 採点学習の問いを解決した後の活動

★数の桁数を変化させながら、四捨五入の方法で概数にする活動を設定する。

(1) 四捨五入で5桁・6桁・7桁の数を千の位までの概数にする。

ア 34011 → 34000    イ 323855 → 324000    ウ 3928215 → 3928000

ウが人口だったら百万の位までの概数、400万としても良いね。

(2) 四捨五入で3桁の数を百の位までの概数にする。

ア 751 → 800    イ 349 → 300    ウ 809 → 800

1つの数を、ある位までのがい数で表すには、そのすぐ下の位の数を見れば良いね。

(3) 四捨五入で2桁の数を十の位までの概数にする。

ア 67 → 70    イ 25 → 30    ウ 94 → 90

(4) 四捨五入で1桁の数を十の位までの概数にする。

ア 4 → 0    イ 5 → 10    ウ 8 → 10    エ 3 → 0

およその数「がい数」にするにも世界共通のルールに従っているのだね。



(5) 四捨五入で1桁の数を一の位までの概数にする。

ア 4 → 4    イ 5 → 5    ウ 8 → 8    エ 3 → 3

★導入で扱ったそれぞれの概数が、どの位の概数で求めているのか、また、どの範囲なのかを確認させる。



## 「整数も2つに分けよう」

## 本時の問題 教科書P.103

下の数直線の0～20までの整数で、2でわり切れる数に○をつけましょう。



## 本時の本質

整数を2つに分ける的確な方法を吟味していく活動が、整数の見方の拡張や新たな性質発見につながり、汎用性の視点で合理的に処理しようとする態度を育てることができる。

## 1. 導入 採点学習の問いに出会わせる前の活動

★生活の中で、基本2つに分類している場面を数多く想起させる。

地球：北半球と南半球、陸と海  
野球選手：左投げと右投げ  
動物：雄と雌  
対戦：紅組と白組

◎整数も2つに分けてみよう。

身の回りには2つに仲間分けすることが多いようだ。

## 2. 展開 『採点学習』

★整数をみる新たな観点を明確にさせる。

## 採点学習の問い

「1～20までの20種の整数をどのように2つに分ければ良いのだろう？」

(1) 自由につぶやかせた後、採点解答を提示する。

## A 2点としたい採点解答

1けたの数と、2けたの数に分ける。(1, 2, 3…9)と(10, 11, 12…20)

## B 3点としたい採点解答

2でわって、わり切れる数と、1あまる数に分ける。(1, 3, 5…)と(2, 4, 6…)

## C 1点としたい採点解答

示された数を小さい順に並べて、2でわって分ける。(1, 2…10)と(11, 12…20)

与えられた1～20は整数の代表だから、この数でなかったら？

(2) 解答それぞれを3点、2点、1点で採点させ、その根拠を明確にさせる。

- ①まず個々に採点させ、その後グループ交流しながら採点を決定させていく。  
○「1～20だけでなかったら」と、数を変化させながら採点の根拠を明確にさせる。  
○個々の点数を元に理由を交流させながらグループとしての考えを整理させる。

点数の異なる理由、同じ理由等を中心に話し合う。

<あるグループの例>

解答例	そら	テオ	りこ	れん	グループ採点
A 1けたの数と、2けたの数に分ける。	2	3	2	1	2点
B 2でわって、わり切れる数と、1あまる数に分ける。	3	2	3	3	3点
C 示された数を小さい順に並べて、2でわって分ける。	1	1	2	1	1点

②各グループの考えを全体交流させ、学級としての採点を決定させる。

○各グループの採点表を観察させ、意見交流させながら点数の根拠の納得化を図る。

Aは2点で良い



1～20の時には使えそうだけれど、けた数が増えると使えない考え方だ。

2つに分けないなら使える考え方だ。

Cは1点で良い



与えられた整数の個数によって、ちょうど真ん中がない場合がある。

2つに分けないなら使える考え方だ。

Bは3点で納得

234, 59, 22, 4987, 193…



連続する整数を平等に分けることができる。

1つの数だけでもどちらの仲間か判断できる。

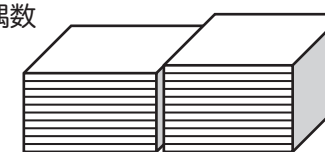
1の位の数だけで判断できる。

どんな整数を見ても、瞬時にどちらの仲間かが判断できる。

ここに示した多様な採点の根拠は、個人、グループ交流の際に表出させておく。



③2でわり切れる整数を偶数、2でわり切れない整数を奇数、と命名する。



重ねた板の数は分からないけれど、奇数だと分かるよ。

(3) 本時の問題を提示し、整数0は奇数か偶数かを判断させる。



0は、2でわり切れる整数だよ。また、4, 3, 2, 1と、偶数と奇数が交互に並んでいるから、順番としても偶数になるよ。

## 3. 活用 採点学習の問いを解決した後の活動

★奇数、偶数を判断するアイデアを活用させ、そのよさを実感させる。

(1) 整数を3つ、4つ…に分けさせる。

A: 3でわると余りが2 B: 3でわると余りが1 C: 3でわると余りが0  
A: 4でわると余りが3 B: 4でわると余りが2 C: 4でわると余りが1 D: 4でわると余りが0

(2) カレンダーを使って、整数を7つに分けさせる。

日	月	火	水	木	金	土
		1	2	3	4	5
6	7	8	...			



土曜日は7でわってあまり6、日曜日は7でわってあまり0、月曜日は7でわってあまり1…となるから、27日だと7でわってあまり6なので、土曜日になるよ。

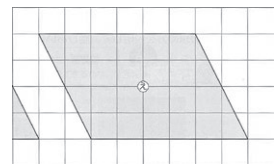
備考

○日常生活においては整数を2つに分ける場面が多いため、特別に、奇数と偶数という名を付けた。3つに分ける日常場面が多くなると、新たに名前が必要となってくるだろう。  
○例えば98という数を見たときに、1が98こ集まった数、10が9こと1が8こ集まった数、100より2小さい数等というこれまでの見方・理解に、「偶数である」が加わった。

# 「どんな平行四辺形でも簡単に長方形に変身」

## 本時の問題 教科書P.140

135ページの㉔の平行四辺形の面積を求めましょう。

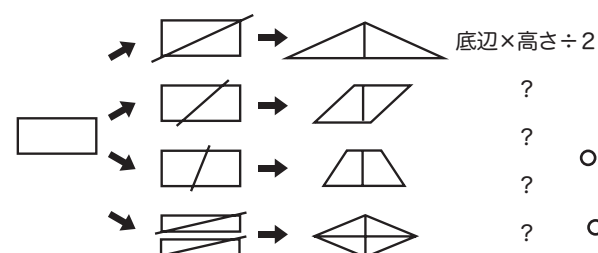


## 本時の本質

平行四辺形を既習の図形に変形する合理的な方法を吟味する活動を通して、元となる図形を変化させながらの量の保存性・加法性の理解につながるとともに、処理方法の一般化を図ろうとする態度を養うことができる。

## 1. 導入 採点学習の問いに出会わせる前の活動

★長方形を同じ面積の図形（三角形、平行四辺形、台形、ひし形）に変形させる。



長方形を直線で切って、他の図形を作ってみよう。

どんな図形も長方形から作ることができるね。

三角形以外の面積の公式は分からないけれど、平行四辺形、台形、ひし形も長方形に変形できそうだね。

◎平行四辺形の面積の公式をつくらう！

## 2. 展開 『採点学習』

★平行四辺形の合理的な変形方法に気付かせる。

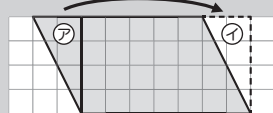
(1) 本時の問題を示した後、採点学習の問いとともに、採点解答を提示する。

採点学習の問い

「平行四辺形をどう変形するといつでも面積が求められて便利だろう？」

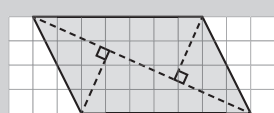
【A】2点としたい採点解答

㉔を切って、㉕に移動させて長方形にする。



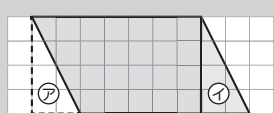
【B】1点としたい採点解答

対角線を底辺とした2つの三角形にする。



【C】3点としたい採点解答

㉔をうめて、㉕を除いて、長方形にする。



(2) 解答それぞれを3点、2点、1点で採点させ、その根拠を明確にさせる。

①まず個々に採点させ、その後グループ交流しながら採点を決定させていく。

<あるグループの例>

解答例	はる	ゆい	そら	エマ	グループ採点
【A】	3	3	1	2	3点
【B】	1	1	2	1	1点
【C】	2	2	3	1	2点

「この形でなかったら？」という学びを習慣化させる。



【B】は、方眼の上に描かれている図形だから長さが分かるところがあるのに、実際、三角定規で対角線を引いたり、垂直な線を描いたりして長さを測るのは大変だし、誤差が出る。

②各グループの採点表から解決しきれなかった内容を中心に全体交流させ、点数の根拠の納得化を図る。

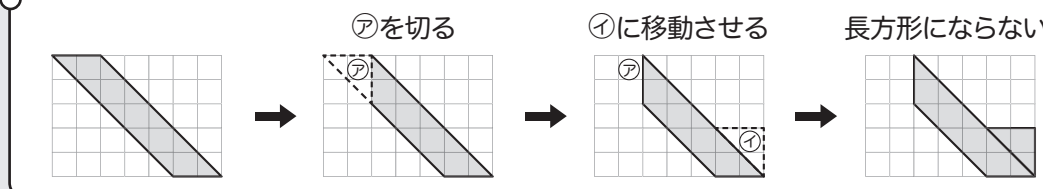
【A】は2点で良い



高さが底辺上にとれない細長い平行四辺形では使えないなあ。いつでも面積を求められる方法ではないよ。

<クラスの採点表例>

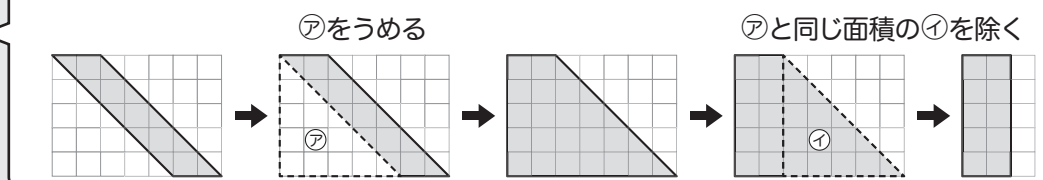
	1班	2班	3班	4班	5班
【A】	3	2	2	3	2
【B】	1	1	1	1	1
【C】	2	3	3	2	3



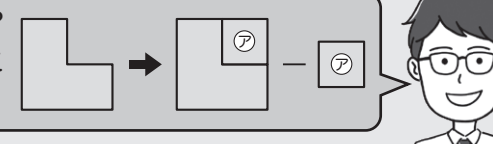
【C】は3点で納得



どんな形の平行四辺形でも同じ方法で変形できる。（実際に紙を使って全員に体験させる。）



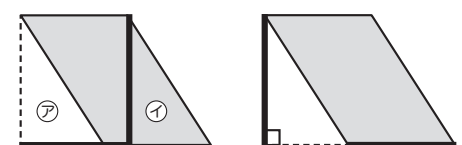
【C】のこの考え方はこれまでもなかったかな？  
…そうだね。L字型の面積の欠けているところをうめて、後で除く求め方と同じだね。



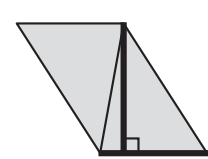
【A】も分かりやすく良いけれど、まとめとするなら、いつでも使える【C】の方法が良いと思うよ。

(3) 平行四辺形の面積の公式をまとめさせる。（次時の内容とすることもできる）

長方形に変形した時の縦と横は、元の平行四辺形のどの長さを使っていたのか確かめると、辺と高さだった。この辺は三角形の面積を求めた時に底辺と呼んでいたから、「底辺×高さ」になる。

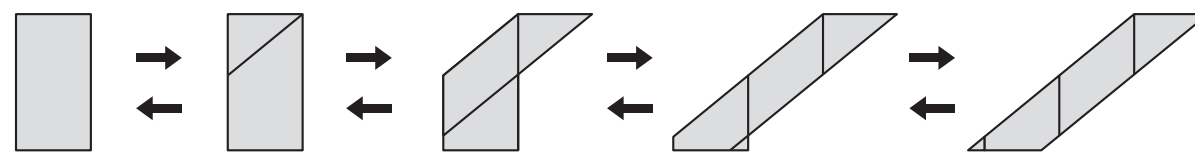


【B】は、対角線を引いてできる三角形のどこを底辺にするかによっては3点にもなるね。右の図だったら、三角形が2つできて、底辺×高さ÷2で求められるね。平行四辺形は、三角形の2つ分だから、底辺×高さ÷2×2つまり、平行四辺形の面積の公式は、「底辺×高さ」だ。



## 3. 活用 採点学習の問いを解決した後の活動

★【A】の考え方の理解を深めるために長方形を平行四辺形に変形させる。



長方形は、同じ面積のどんな平行四辺形にも変身できるよ。

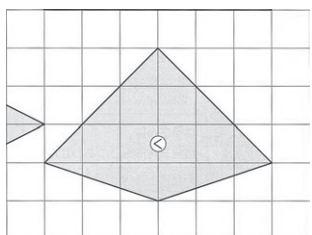
長方形を切る角度が浅くなればなるほど、作業の回数は多くなるけれど、必ず平行四辺形になったな。



# 「ひし形の求積公式って便利だね」

## 本時の問題 教科書P.150

ひし形の面積の公式を使って教科書P.135の④の面積を求めましょう。(ひし形の求積公式は獲得している)

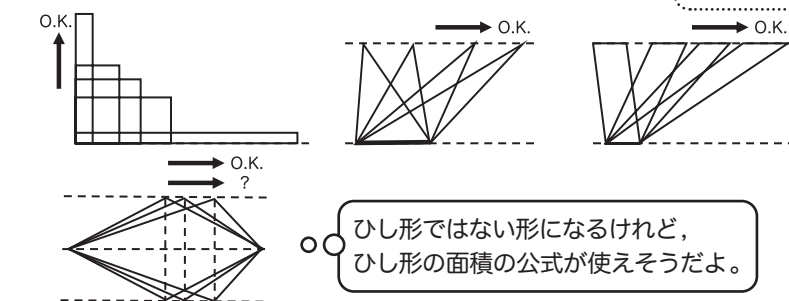


## 本時の本質

ひし形の求積公式が適用できる図形を吟味する活動を通して、2本の対角線を平行移動させても面積は変わらないという量の保存性への理解を深め、図形を動的に捉えようとする力を養うことができる。

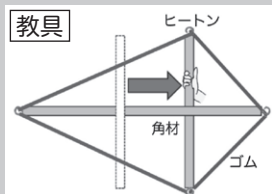
## 1. 導入 採点学習の問いに出会わせる前の活動

★既習の求積公式が適用できる図形を判断させる。面積を変えないように変形すると・・・？



◎ひし形の面積の公式はどんな図形にまで通用するの？

教具を使いながら対角線の平行移動を示す。※教具はパソコンでも作成可能。



## 2. 展開 『採点学習』

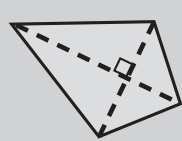
★ひし形の求積公式が適用できる図形の条件に気付かせる。

(1) 採点学習の問いと採点解答を提示する。

採点学習の問い

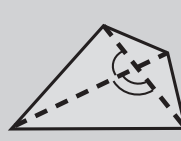
「ひし形の面積を求める公式が使えるのはどんな図形だろう？」

【A】3点としたい採点解答



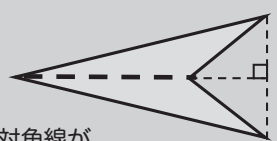
※1本の対角線を平行移動

【B】1点としたい採点解答



※対角線が直交しない

【C】3点としたい採点解答



※対角線が交わらなくなるまで平行移動

(2) 解答それぞれを3点、2点、1点で採点させ、その根拠を明確にさせる。

①まず個々に採点させ、その後グループ交流しながら採点を決定させていく。

○個々が教具を使い、2本の対角線を平行移動させながら採点の根拠を明確にさせる。

<あるグループの例>

解答例	エマ	かず	りこ	れん	グループ採点
【A】	3	3	3	3	3点
【B】	1	1	1	3	1点
【C】	3	1	3	1	3点

本時は、あえて図形の長さを示したり、方眼上に図形を示したりしていない。児童の実態に応じて、採点解答を捉えやすいように図形を初めから方眼上に表して提示する等の支援もできる。

②各グループの考えを全体交流させ、学級としての採点を決定させる。

○各グループの採点表を観察させ、意見交流させながら点数の根拠の納得化を図る。

【B】は1点で良い



2つの対角線が垂直に交わっていないから、かけ算しても1cm<sup>2</sup>の個数は求められないよ。

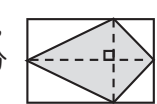
絶対に間違っているから、0点でもいい。

方眼上に図を示し、対角線が直交しない場合は高さ対角線の長さが異なることを示す。

【A】は3点で納得



ひし形の公式を求めた時と同じように変形すると、面積は、ひし形を大きく囲んだ長方形の面積の半分になるから、対角線×対角線÷2が使えるそうだ。



対角線を平行移動させるとひし形になるから、公式が使えるね。

扇型の図形は対角線が垂直に交わっているからひし形の公式が使える。

【C】は1点で良い・3点で納得

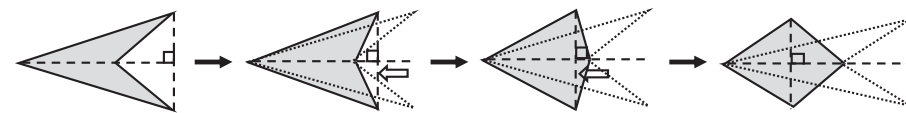


1点としたよ。図形の外に、対角線ができていないから、この直線は対角線ではないと思った。

対角線は「四角形の向かい合う頂点を結んだ直線」ということだから、これも対角線だよ。

対角線だということは分かった。2つの対角線は垂直に交わっているけれど、図形の外に出ているから公式は使えないのではないかな？

【A】の考えと同じように四角形の対角線を平行移動させるとひし形になる。だから、ひし形の公式を使うことができる。こんな凹んだ四角形でも使えるなんて、ひし形の公式は優秀だ。



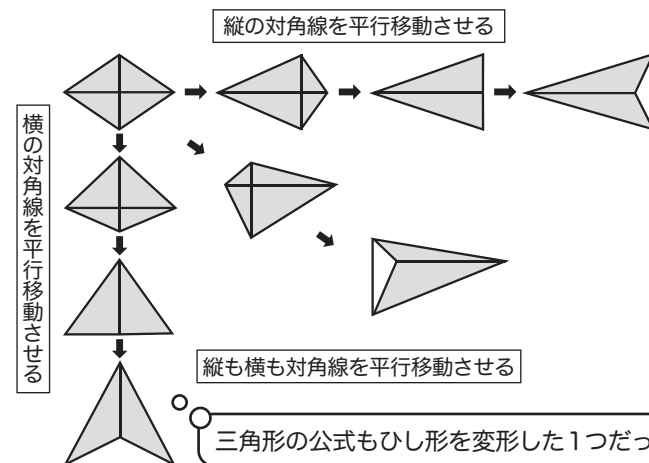
方眼上に図を示すとより理解ができる。

ひし形の面積を求める公式が使えるのは、2つの対角線が垂直に交わっている四角形なんだ。ひし形の面積を求める公式は便利だなあ。他にもひし形の公式が使える図形を多く見付けたい。

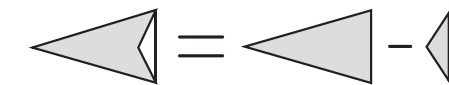
## 3. 活用 採点学習の問いを解決した後の活動

★ひし形の求積公式のよさを実感させる。

○教具を使い、他にもどんなときにひし形の公式が使えるのかを判断させる。



矢じりのような形は、大きい三角形から小さい三角形を引かないと計算できないと思っていた。



ひし形の公式は平行四辺形の公式があるから必要ないと思っていたけれど、いろいろな場合に使えるので便利だね。

三角形の公式もひし形を変形した1つだったのだね。

備考

○対角線を平行移動する時の面積の保存性への理解は、令和5年度全国学力・学習状況調査で正答率が21.2%だった大問2 設問(4)のような、高さが等しい三角形について、底辺と面積の関係を元に面積の大小を判断し、その理由を言葉や数を用いて記述する問題にも対応できるだろう。

## 「なぜ式に0を入れるの？」

## 本時の問題 教科書P.159

先週の月曜日から金曜日までの間に、5年1組の人が図書室から借りた本のさっ数を調べたら、次のようでした。先週は、1日平均何さつ借りたことになりますか。

曜日	月	火	水	木	金
さっ数	8	6	5	0	9

## 本時の本質

0を含む場合の平均の求め方(式)を考察する活動を通して、「合計」・「個数」の意味理解が深まり、抽象(式)から具体(問題場面)を見通す「式をよむ」力を養うことができる。

## 1.導入 採点学習の問いに出合わせる前の活動

★0を扱った場面を想起させる。

野球の試合の点数の合計は  $3+3+1=7$  で、7点だ。0点のイニングは省略したよ。



得点板には0は書くよね。

十進位取り記数法では0を省略したら数が変わってしまうよ。この場合の0は大切だよ。

◎0には書く時や省く時があるのだね。

TEAM	1	2	3	4	5	6	7	8	9	計
H	0	0	0	3	3	0	0	0	1	7
OB	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

## 2.展開 『採点学習』

★0を含む場合の平均の求める式や表現を明確にさせる。

## 採点学習の問い

「0があるときの平均は、どのような式で求めると良いのだろう？」

(1) 木曜日のデータが0である本時の問題を示した後、採点解答を提示する。

【A】1点としたい採点解答

$$(8+6+5+9) \div 4$$

【B】3点としたい採点解答

$$(8+6+5+0+9) \div 5$$

【C】2点としたい採点解答

$$(8+6+5+9) \div 5$$

(2) 解答例それぞれを3点、2点、1点で採点させ、その根拠を明確にさせる。

- ① まず個々に採点させ、その後グループ交流しながら採点を決定させていく。  
 ○合計と個数の意味に着目させながら採点の根拠を明確にさせる。  
 ○個々の点数を元に理由を交流させながらグループとしての考えを整理させる。

点数の異なる理由、同じ理由等を中心に話し合う。

<あるグループの例>

解答例	れん	りこ	そら	エマ	グループ採点
【A】 $(8+6+5+9) \div 4$	1	1	3	1	1点
【B】 $(8+6+5+0+9) \div 5$	2	3	1	3	3点
【C】 $(8+6+5+9) \div 5$	3	1	2	2	2点

②各グループの考えを全体交流させ、学級としての採点を決定させる。

○各グループの採点表を観察させ、意見交流させながら点数の根拠の納得化を図る。

【A】は1点で良い



÷4なら5日間の平均を求めたことにならない。

本を借りることができない土日と、木曜日が同じ扱いになるのはまちがっている。

ここに示した多様な採点の根拠は、個人、グループ交流の際に表出させておく。

【C】は2点で良い



今まで0はないものと考えてきたから、式では無駄になる0は省略していいと思うけどなあ。

式は、4個の数の合計したものを個数の5で割っているから、問題場面と合っていない。

【B】は3点で納得



式は、5個の数の合計したものを個数の5で割っているから、問題場面と合っている。

木曜日は本を借りることができないのに借りていない「0」ということだから個数に含まれる。

月・火曜日も0だとしても個数に含まれる。

③正しい式で答えを求めさせる。  $(8+6+5+0+9) \div 5 = 5.6$  ○本の冊数が小数になっておかしいよ。平均5.6冊ってどういう意味なの？

④分離量の場合でも平均を小数で表すことが妥当だと確認させる。

小数だけれど、確かめ算、平均×個数=合計をすると成り立つね。

割り切れなかった時には概数で表したらどうかな。

平均を小数で表す方が、平均がどのくらいかがより正確に分かるね。

平均5.6冊とは、5冊より多く、6冊に近いけれど6冊までではない…5冊と6冊目の半分くらいということだね。

曜日	月	火	水	木	金
さっ数	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6

## 3.活用 採点学習の問いを解決した後の活動

★データに含まれる「0」をよみとり、正しく平均を求めさせる。

(1) 欠席者がいる場合のテストの平均点を求めさせる。

欠席者は0点で扱うと、テストを受けたことになるから、この場合は個数に含めない方が良いね。個数の意味をしっかりと確認しておこう。

(2) 範囲外と範囲内の0が含まれる各月のホームランの平均を求めさせる。

(野球シーズンが、3月から10月までである場合)

月(月)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ホームラン数(本)	0	0	1	4	0	3	2	9	0	1	0	0

野球のシーズンでない月は含めないで考えないといけないう。3月から10月までのホームラン数をならす必要があるね。

合計は3月から10月までで、個数は8ヶ月だから・・・。

$$\text{平均} = \text{合計} \div \text{個数} \rightarrow (1+4+0+3+2+9+0+1) \div 8 = 2.5$$

データを棒グラフに表し、8カ月分の数をならしていく操作を視覚的に示す。

9本も打っている月があるけど、0本の月もある。この選手はシーズン中、月2本から3本ホームランを打てる選手だね。



## 「距離・道のり・・・どっち？」

## 本時の問題 教科書P.228

Aの自動車は150kmを2時間で、  
Bの自動車は240kmを3時間で進  
みました。AとBの自動車では、ど  
ちらが速いですか。



## 本時の本質

速さの公式に使用する言葉を吟味する活動を通  
して、単位量あたりの大きさの考えを基にした速  
さの意味理解を深め、より正確に表現し、適切に  
処理しようとする態度を養うことができる。

## 1.導入 採点学習の問いに出会わせる前の活動

★速さ比べの場面を想起させる。

・50m走



タイムが短い方が速い。  
ぼくは50m9秒だよ。  
スタートが同じだと、  
先にゴールした方が速いよ。

・鬼ごっこ



追いついた方が速い  
よ。エマさんはあっ  
という間に3人捕ま  
えたよ。でも捕ま  
えただけで速いとい  
い切れるのかな…。

・持久走



同じ時間だと長い  
距離を進んだ方が  
速いよ。私は5分  
間で800m走れた  
よ。

◎速さを、長さで時間を使って数で表してみよう。

速さは、長さで時間の2量  
で表せることに気付かせる。



## 2.展開 『採点学習』

★公式に使用する言葉の責任・正確さを意識させる。

採点学習の問い

「Bの自動車の速さを求める公式は、どう表現すればいいのだろう？」

(1) 本時の問題を示した後、採点解答を提示する。

【A】1点としたい採点解答

時間÷距離  
 $3 \div 240 = 0.0125$   
1kmあたり0.0125時間かかる速さ

【B】2点としたい採点解答

距離÷時間  
 $240 \div 3 = 80$   
1時間あたり80km進む速さ

【C】3点としたい採点解答

道のり÷時間  
 $240 \div 3 = 80$   
1時間あたり80km進む速さ

Bの自動車を例にして、単位量あたりの大きさの考えを基に、速さを求めていることを再確認させる。

(2) 解答それぞれを3点、2点、1点で採点させ、その根拠を明確にさせる。

①まず個々に採点させ、その後グループ交流しながら採点を決定させていく。

○個々の点数を元に理由を交流させながらグループとしての考えを整理させる。

点数の異なる理由、同じ理由等を中心に話し合う。

<あるグループの例>

解答例	りこ	れん	かず	エマ	グループ採点
【A】時間÷距離	1	1	2	1	1点
【B】距離÷時間	2	2	3	3	2点
【C】道のり÷時間	3	2	3	3	3点

②各グループの考えを全体交流させ、学級としての採点を決定させる。

○各グループの採点表を観察させ、意見交流させながら点数の根拠の納得化を図る。

【A】は1点で良い



50m走の時は、距離を  
決めて、時間で速さが  
決まっていたね。

混み具合やとれ高な  
どはどちらの方法も  
良いとしていたよ。

自動車Bが0.0125時間  
自動車Aが0.0133…時間  
となり、速さの判断が難しいよ。

【B】は2点で良い・3点で良い



「人口密度」も1kmあたりの人口とした。「速さ」の公式も単位時間あたり  
の距離が単位距離あたりの時間のどちらか1つに決める必要があるよ。

速さが速いほど、数値が大き  
くなる式だから【B】でいいよ。

距離と道のりはどちらの言葉で  
も良いのではないかな？

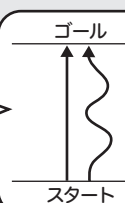
※3年上p.99で、距離と道のりの  
違いを再確認させる。

【C】は3点で納得



スピードメーターも数が多い方が  
速いとなっているね。

右図のように、曲がりながら走った  
人と一直線に走った人が同時にス  
タートして同時にゴールした場合、  
距離で求めると同じ速さになってし  
まうよ。



③速さの公式をまとめる。

km・m 時間・分・秒

速さ = 道のり ÷ 時間

時速…1時間あたりに進む道のりで表した速さ  
分速…1分間あたりに進む道のりで表した速さ  
秒速…1秒間あたりに進む道のりで表した速さ

だから【C】のように、道のりという  
言葉を公式に使うべきだね。

150kmや240kmは道のりのこと  
だったのね。

ここに示した多様な採点の根拠  
は、個人、グループ交流の際に表  
出させておく。



④本時の問題を解かせる。

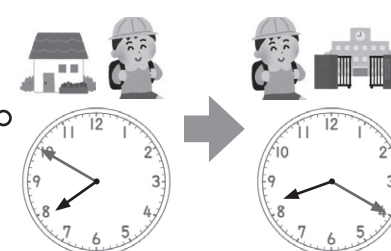
Aの自動車は1時間あたり75km進む速さ  
Bの自動車は1時間あたり80km進む速さでBの自動車の方が速いと簡単にわかったよ。

## 3.活用 採点学習の問いを解決した後の活動

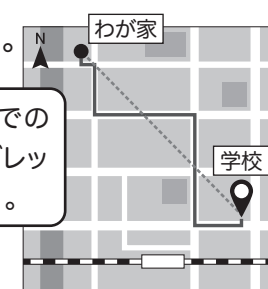
★スタートの場所や時刻が揃わなくても速さ比べができることを体験させる。

(1) 家から学校まで登校するときの歩く速さを調べさせる。

家から学校までの  
所要時間は30分  
だったよ。

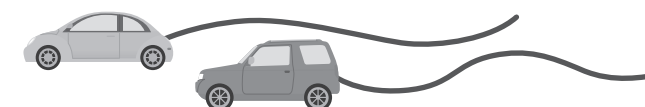


家から学校までの  
「道のり」をタブレッ  
トで確認しよう。



歩く速さは分速で表すといいね。

(2) ミニカー等に紐を付けて、短時間に  
糸が伸びた長さで速さ比べをさせる。



## 「分子をわると困るのはどんなとき？」

## 本時の問題 教科書P.39, 40

2dLで $\frac{4}{5}$ mぬれるペンキがあります。このペンキ1dLでは何mぬれますか。

## 本時の本質

分数÷整数の計算方法をまとめる活動を通して、除数を分母にかけるとする方法の合理性に気付き、表現処理方法の一般化に向かおうとする態度を養っていくことができる。

## 1.導入 採点学習の問いに出会わせる前の活動

★乗除に関する既習と未習を整理させる。

かけ算	かける数		
	整数	小数	分数
かけられる数	整数	○	○
	小数	○	○
	分数	○	○

わり算	わる数		
	整数	小数	分数
わられる数	整数	○	○
	小数	○	○
	分数	○	○

分数×整数は整数を分子にかけたよ。  
 $\frac{4}{5} \times 2 = \frac{4 \times 2}{5}$   
 次は、分数÷整数の方法を見付けたい。

分数÷整数の計算が必要になる場面はあるのかな？



◎分数÷整数の計算方法を見付けたい。

ピザを $\frac{1}{4}$ 誰かが食べていて、残りの $\frac{3}{4}$ を兄弟2人で分ける場面もあるから、計算は必要だ。

## 2.展開 『採点学習』

★除数を分母にかけるという処理のよさに気付かせる。

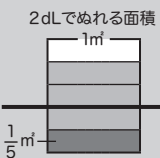
(1) 本時の問題を示した後、採点学習の問いと採点解答を提示する。

採点学習の問い

「 $\frac{4}{5} \div 2$ ・・・どのような計算方法をまとめたら良いのだろう？」

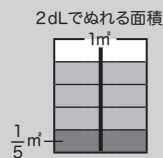
【A】2点としたい採点解答

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}$$



【B】3点としたい採点解答

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4}{5 \times 2} = \frac{4}{10}$$



【C】1点としたい採点解答

$$\frac{1}{5} = 0.2 \quad \frac{4}{5} = 0.8 \quad \frac{4}{5} \div 2 = 0.8 \div 2 = 0.4$$



(2) 解答例それぞれを3点、2点、1点で採点させ、その根拠を明確にさせる。

①個々に採点させ、その後グループ交流しながら採点を決定させていく。

②個々の点数を元に理由を交流させながらグループとしての考えを整理させる。

「もし、問題に示された数でなかったら？」という学びを習慣化させる。

<あるグループの例>

解答例	はる	ゆい	そら	テオ	グループ採点
【A】	3	1	3	2	2点
【B】	2	3	2	3	3点
【C】	1	2	1	1	1点

②各グループの考えを全体交流させ、採点を決定させる。

○各グループの採点表を観察させ、意見交流させながら点数の根拠の納得化を図る。

※ここでの反応はグループ交流の際に表出させておく。

【C】は1点で良い： $\frac{4}{5} \div 2 = 0.8 \div 2$



毎回、分数を小数に直すのは面倒だ。

わり切れない時もあるよ。

答えは出るけど、分数の計算方法を見つけないと…。

【A】は2点で良い： $\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5}$

分数×整数のときは分子にかけていた。図からも分かるように、わり算も分子をわれば良い。答えも出るよ。



もし、わる数が3だったら $4 \div 3$ 、もし、分子が3だったら $3 \div 2$ …こんな数だったらわり切れないから困る。分子がわり切れる時は良いけれど、どんなときでも計算できる方法でないといけない。

$$\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4 \times 3 \div 3}{5 \times 3} = \frac{4}{5 \times 3}$$

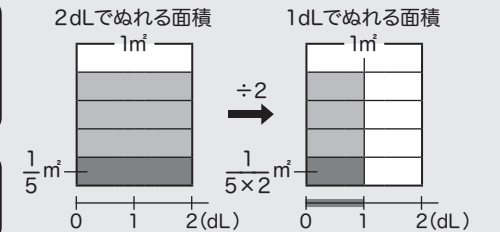
と処理できることを紹介する。

【B】は3点で納得： $\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4}{5 \times 2}$



図で考えると、分数をわるということは、1を分けていた単位(分母)を分けるということだから、分母に整数をかけることと同じ意味になるよ。

かけ算の方法でまとめておくと、どんな数になっても計算できて便利だよ。



③分数を整数でわる計算方法をまとめさせる。

$$\frac{b}{a} \div c = \frac{b}{a \times c}$$

$$\frac{\triangle}{\bigcirc} \div \diamond = \frac{\triangle}{\bigcirc \times \diamond}$$

分数÷整数は、わる数の整数を分母にかければ良い。

④導入で用いた表の分数÷整数の欄に○を入れさせる。

## 3.活用 採点学習の問いを解決した後の活動

★分数÷整数の計算方法を整数や小数場面に適用させる。



整数÷整数でも使えそう。

$$2 \div 3 = \frac{2}{1} \div 3 = \frac{2}{1 \times 3} = \frac{2}{3}$$

5年生で学習したことの意味が良く分かったよ。

【C】の考えでも使えそう。

$$0.8 \div 2 = \frac{8}{10} \div 2 = \frac{8}{10 \times 2} = \frac{4}{10}$$

小数でも計算できる。分数÷整数と答えが同じになって、計算が正しいことが分かった。

計算方法を見つけさせようとする際には、アルゴリズムを意識させるために、最初に与えられた数(本時では5, 4, 2)を最後まで残すことを大切にしたい。





## 「落ちや重なりのない組み合わせを考えるコツ」

## 本時の問題 教科書P.70, 71

レッド、ブルー、イエロー、グリーンの4チームが、下(A)のような組み合わせで、練習試合をしました。どのチームも1回ずつあたるように試合をします。試合の組み合わせをすべてかきましょう。

## 本時の本質

場合を順序よく整理する表現方法を吟味する活動を通して、組み合わせを落ちや重なりなく調べる考え方に気づき、単純化・記号化し、思考の節約をしようとする態度を養うことができる。

## 1.導入 採点学習の問いに出会わせる前の活動

★組み合わせる作業を体験させる。

○12色のカードから2色選んで国旗を作らせる。



◎組み合わせを正確に調べる方法を見付けよう！

思い付きで色を考えていくと、同じ色の国旗が出てきたよ。

2色の選び方のルールを決めておかないと、落ちがでたり、同じものができたりするね。

何種類の国旗ができるのかに分かれば良いのに。

## 2.展開 『採点学習』

★組み合わせを見付ける基本的な考え方に気付かせる。

(1) 本時の問題を示した後、採点学習の問いとともに、採点解答を提示する。

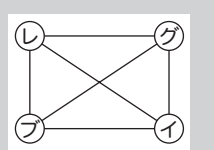
採点学習の問い

「どの方法が組み合わせを落ちや重なりなく調べられるのだろう？」

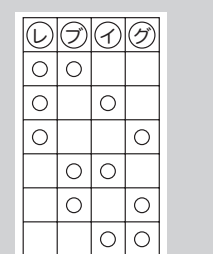
A 1点としたい採点解答

レッド ブルー ブルー グリーン イエロー グリーン  
イエロー レッド レッド イエロー グリーン ブルー

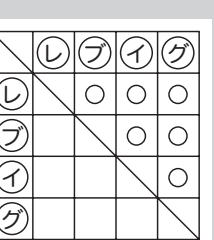
C 2点としたい採点解答



D 2点としたい採点解答



E 2点としたい採点解答



B 3点としたい採点解答



まずは図や表の意味を考えてみよう。

(2) 解答例それぞれを3点、2点、1点で採点させ、その根拠を明確にさせる。

①個々に採点させ、その後グループ交流しながら採点を決定させていく。

チーム数が変わっても正確に求められるのだろうか？

<あるグループの例>

解答例	はる	ゆい	エマ	テオ	グループ採点
A	1	1	1	1	1点
B	3	3	3	3	3点
C	2	1	1	2	2点
D	3	2	1	2	2点
E	2	2	2	3	2点

A は1点で納得

対戦チームはよく分かるけれど、落ちや重なりがある。ブルー グリーン グリーン ブルー

思い付きで考えると国旗の例で考えたように、チーム数が増えた時に分らなくなるよ。

レッドから順に組み合わせを考えるような基準が必要だな。

②各グループの採点表から解決し切れなかった内容を中心に全体交流させ、点数の根拠の納得化を図る。

C, D, Eは2点で良い

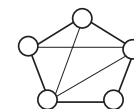


これらの考えは、レッドを基準にして調べ始めているから、落ちや重なりがないね。チーム数が増えても使えそうだから、Aよりも点数が高いね。

D, Eは、試合をしたチームに○を付けているから、○の数で試合数が分かるね。レッドは①、ブルーは②とチーム名を1字の記号で表現していて良いね。



Cは、チームが増えたら、線の引き忘れや数え間違いの可能性はあるよ。



Eは、表の半分は無駄だよ。

Dの考えは、4種から3種選ぶときには有効となる。

Bが3点で納得



パッと見て分かりやすいね。

チーム名を1字で表しているし、①を基準にして順番にかいているから、落ちや重なりがないね。2チームを矢印でつなぐだけだから悩まないね。

かく作業が簡単だから、チーム数が増えても組み合わせを見つけられそうだね。

A以外は、どれもまずレッドを基準とした全ての組み合わせを考え、次に②、そして③というように記号にしながら順序良く表現しているよ。考え方が単純になって良いね。だから、どれも3点つけて良いと思うよ。作業量を無視すると、B, C, D, Eは落ちや重なりがない組み合わせが正しく見つけられるね。

現実に試合をするとなると、試合が連続する疲れを考えないといけないけれど、組み合わせを考える時には、試合の疲れという要素は無視すると良いね。

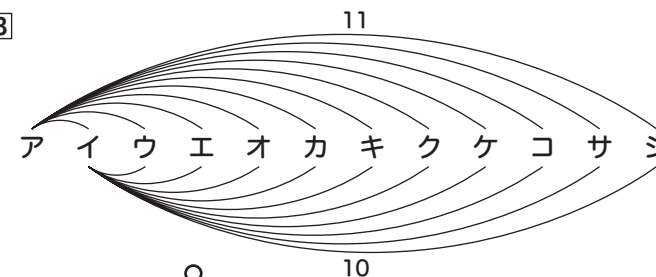
## 3.活用 採点学習の問いを解決した後の活動

★落ちや重なりなく組み合わせを見付けるアイデアを活用させ、そのよさを実感させる。

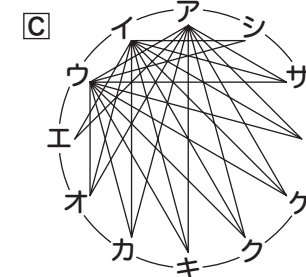
○導入で使った国旗の全ての組み合わせを見つけさせる。(B~Eの方法から選択させる。)

旗の色を左から順番にア、イ、ウ、エ・・・と記号にしたらいいな。

B



C



基準をつくと落ちや重なりのない図がかけそうだね。

式が見えてきたよ！左の色を基準にすると、初めは11通りの組み合わせがある。左から2番目の色を基準にすると、10通りの組み合わせがある。基準を変えていくと、組み合わせは1通りずつ減っていく。だから、 $11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 66$  答えは、66通りあるよ。

でも、数が多くなると、どの方法も大変だね。

試合の問題も同じように考えると  $3 + 2 + 1 = 6$  答えは、6通りだから、考え方が正しいと分かるよ。

## 「円も直線の図形に変身できるの？」

## 本時の問題 教科書P.92

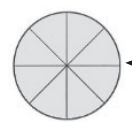
円の面積を求める公式を考えてみましょう。

## 本時の本質

円を求積公式獲得の既習図形に変形したり、円の求積公式を適切に表現したりする活動が、限りなく短い円弧の集合を直線と見たり、求積に適切な要素を選択したりする思考につながり、思考実験による理想化や合理化等の考えを養うことができる。

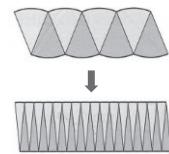
## 1. 導入 採点学習の問いに出会わせる前の活動

★円の求積公式に使用できる要素を見出させる。



円で長さが分かるのは、直径、半径、そして円周の3つだ。

つまり、既習の長方形や三角形等に変形するために切っても良い箇所も、直径、半径、円周の3つだけだ。



まず、おうぎ形に切ってみよう。

◎おうぎ形で既習図形に変形できそうだ！



## 2. 展開 『採点学習』

★限りなく既習の図形に近づくことを納得させる。

## 採点学習 i の問い

「おうぎ形の円弧を限りなく短く切ったものをつなぐ線は、直線と見て良いのだろうか？」

(1) 円を8～64等分してできる図形を観察した後、採点解答 i を提示する。

## A 2点としたい採点解答

これまで、鉛筆でかいた図形の線の幅は無視してきたし、長方形の机の角の小さな丸みも無いものとして面積を求めてきたので直線として良い。

## B 3点としたい採点解答

おうぎ形の円弧を限りなく短く切っていくと、その円弧は限りなく直線に近づく。そのため、直線と考えて良い。

## C 1点としたい採点解答

どんなに短く切っても元は曲線なので直線と見ることはできない。

(2) それぞれの採点解答を教師が説明した後、全体交流により採点を決定させる。

Cは1点で良い：直線と見ることができない。

既習図形に変形できなければ、円の求積公式は作れないよ。

直線と見て良いという、他の採点解答の方が納得する。



Aは2点で納得：かいた線や切り口の凹凸等は無いのと考えれば良い。(理想化)



例えば、鉛筆でかいた交点は、厳密に見ると幅があるし、線には凹凸がある。これらを見捨てることで処理が可能となる。

木材、紙、布等、素材も無視して処理してきた。

Bは3点で納得：曲線を短くし続けると限りなく直線に近づくと考えられる。(思考実験)



実際には64等分までしか見ることしかできないが、8～64等分までの変化から想像すると、さらに細かく等分し続けると限りなく直線に近づくと考えることが妥当だろう。

★適切な円の求積公式を獲得させる。

## 採点学習 ii の問い

「円の求積公式はどう表現すれば良いのだろうか？」

(1) 採点解答 ii を提示する。

※ $\times \frac{1}{2}$ を $\div 2$ と表記している。

## A 1点としたい採点解答

長方形「縦×横」より  
円の面積＝半径×円周÷2  
三角形「底辺×高さ÷2」より  
円の面積＝円周×半径÷2

## B 3点としたい採点解答

長方形「縦×横」より  
円の面積＝半径×直径×3.14÷2  
＝半径×半径×3.14  
三角形「底辺×高さ÷2」より  
円の面積＝直径×3.14×半径÷2  
＝半径×半径×3.14

## C 2点としたい採点解答

円周の公式と同様の直径を使用  
長方形「縦×横」より  
円の面積＝半径×円周÷2  
＝直径÷2×直径×3.14÷2  
＝直径×直径×3.14÷4  
＝直径×直径×0.785

(2) 解答それぞれを3点、2点、1点で採点させ、その根拠を明確にさせる。

①まず個々に採点させ、その後グループ交流しながら採点を決定させていく。

②各グループの考えを全体交流させ、学級としての採点を決定させる。

○各グループの採点表を観察させ、意見交流させながら点数の根拠の納得化を図る。

Aは1点で良い：円周×半径÷2

Cは2点で良い：直径×直径×0.785

円周を求めるために、別に公式を使った計算をしなくてはいけなくて不便だよ。

円周を求めるための公式に使った直径を揃えるアイデアは良いけど、円周率を4で割った数を新たに覚える必要があり面倒だよ。

円周を直径×3.14とすると  
直径×3.14×半径÷2で  
半径×半径×3.14になるよ。

円は直径を1辺とする正方形の面積のおよそ80%ということ  
は分かるなあ。

Bは3点で納得：半径×半径×3.14



測定できる半径、円周を求める際に使用した同じ円周率の3.14を使っているのが便利だ。

円は半径(直径)の長ささえ分かれば式で求めることができるよ。

曲線でできた円も既習の直線図形に変形できた。だから便利な公式ができた。



③「円の求積公式＝半径×半径×円周率(3.14)」と決定させる。

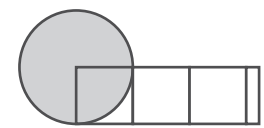
## 3. 活用 採点学習の問いを解決した後の活動

★円の求積公式として求められる量と円(円形)の面積を関連付ける。

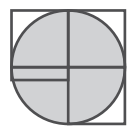
(1) 提示した円の面積と同じ面積の図形を作らせる。



円の面積＝半径×半径×3.14という式から半径を1辺とする正方形の面積の3倍とちょっとだということが分かるよ。



<円の外に>



<円の内に>

(2) かけ算の式で表現していることから半径を変化させる。

「半径が2倍になれば、半径が1cm増えれば面積は…」とかけ算のきまりを活用して考えさせる。

備考

○芯の無いトイレトペーパーを半径で切って広げて見せることで、おうぎ形に切らずに二等辺三角形に変形する方法を紹介すると、興味を高めることにつながる。

これから考えても、円の面積＝半径×半径×3.14だ。

