授業をアシスト

課題学習&選択数学事例集

ワークシート付き

愛知教育大学 助教授　飯島　康之 編

課題学習の教材を育てる出発点として

愛知教育大学 助教授　飯島康之

新学習指導要領も秒読み段階へ

新学習指導要領実施まで秒読み段階になりました。今回の改訂における時間や内容の削減は大きな問題です。学力低下に結びつかないようにするための工夫が必要です。その際，今までと同じ基準で生徒の学力を考えることでいいのでしょうか。今までと同じ意味での「わかる」ことも「できる」ことも大切です。しかし，子どもたちが将来数学を使う場面を考えてみますと，精選した内容のみに限定して，「わかる」，「できる」にこだわった学力だけを考えるのがいいかどうかは少し疑問です。彼らの将来像を考えてみましょう。やり方が決まっている問題を「解く」ことはコンピュータがやってくれるでしょう。さまざまな問題場面で必要に応じて資料を活用したり，道具を使って予測をしたり，意志決定をすることが多くなるでしょう。必要に応じて数学あるいは関連する知識を学習しながら仕事を進めていくことになるでしょう。それを前提としたときに，中学校ではどのような学力をつけておいたらよいか，逆にどのような学力は削減しても対処可能かが問われると言えます。

そして，後で学習することが必然的であるならば，むしろ数学は役に立つとか，おもしろいという前向きな気持ちを持っていることの方を重視すべきではないでしょうか。

すべての先生の教材作りの力が問われる

総合的な学習に象徴されるように，学校・生徒・地域などの特色を生かした教材作りや授業作りを先生方がすることが要求されるようになりました。しかも，特別な学校や特別な先生だけが工夫すればいいのではなく，すべての先生にとっての課題になっています。長期的に考えれば，私たちが使える資料はとても豊富になっていくでしょう。既存の教育情報を出発点として，自己増殖的にいろいろな教育実践が育っていくのではないかと期待されますし，そういう時代作りを目指してこれからの教育の情報化を進めていく必要があると言えます。

自分なりの教材作りの出発点を目指して

この資料は次の２つの特徴を念頭に置いて作成しました。

- どの先生でも行える授業
- 「少し変える」ことで自分なりの授業を作るきっかけを提供する授業

これまでもよく知られている素材を利用したものも取り上げました。すぐに授業で使えるように，そのままファックスできるワークシートをつけました。「この事例なら，この学級でもできそうだ」と感じた例をぜひ実施してみてください。そして，「この学級」だったら，どの部分を少し変えるともっと適した形になるかを検討し，自分なりの授業作りを工夫する出発点にしてみてください。

そして，できれば，自発的な資料作りをしてみましょう。インターネットは「人」をつなぎます。できたらメール等での話し合いに参加してみましょう。「こういう資料があるといいんだけど」，「あそこにあるよ」，「それはないから，じゃあ作ろうか」そういうことの連続から，自分たちにとって本当に使いやすい資料庫と頼りがいのある仲間が育っていきます。

そういうコミュニケーションの出発点として本資料をご利用いただければ幸いです。

もくじ

ワークシート　**【課題】フォーフォーズに挑戦しよう。**

年　　組　　番　名前

1．4を4つ使い，＋，－，×，÷，（　）を使って，答えが□の中の数になる計算式を考えて，できるだけたくさんつくりましょう。

$\boxed{0}$　$\boxed{1}$

$\boxed{2}$　$\boxed{3}$

$\boxed{4}$　$\boxed{5}$

$\boxed{6}$　$\boxed{7}$

$\boxed{8}$　$\boxed{9}$

2．4を4つ使い，＋，－，×，÷，（　）を使って，答えが□の中のような負の整数になる計算式を考えて，できるだけたくさんつくりましょう。

$\boxed{-1}$　$\boxed{-2}$

$\boxed{-3}$　$\boxed{-4}$

$\boxed{-5}$　$\boxed{-6}$

$\boxed{-7}$　$\boxed{-8}$

$\boxed{-9}$

3．（－4）を4つ使い，＋，－，×，÷，（　）を使って，答えが□の中のような整数になる計算式を考えて，できるだけたくさんつくりましょう。

□　□

□　□

□　□

第１学年

【課題１】フォーフォーズに挑戦しよう。Part 1

Ⅰ．指導のねらい　4 を 4 つ使い，＋，－，×，÷，（　）などの計算記号を自由に使って，いろいろな数をつくる「計算遊び」を授業に取り入れ，正の数・負の数の四則計算の応用，発展に生かしていく。

Ⅱ．実施時期　第１学年「正の数・負の数」指導後，２時間扱い
（関連：正の数・負の数，小数・分数の計算，四則計算等）

Ⅲ．準備物　ワークシート

<学習活動>

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入（第１時）	• ワークシートを配り，具体的な例を示す。
4 を 4 つ使い，＋，－，×，÷，（　）を使って，答えが 0 になる計算式をつくりましょう。	
• 困ったら，生徒どうしで相談をする。 • できた生徒は発表する。	• 何通りもあることを示す。 • ＋，－，×，÷，（　）の使い方など，計算式のつくり方を理解させる。
展開	
4 を 4 つ使い，＋，－，×，÷，（　）を使って，答えが 1，2，3，……，9 になる計算式をつくりましょう。	
• 1 から 9 まで，どこからでも自分の取り組みやすいところから考える。 • できた生徒は発表する。	• 生徒の反応を見ながら，いろいろな計算式を考えさせる。 • 違った計算式を発表させる。
4 を 4 つ使い，＋，－，×，÷，（　）を使って，どんな自然数の答えを出す計算式ができるでしょうか，挑戦しましょう。	
• 小さい自然数から考えていく。1 から 9 の計算式をヒントに考える。 つくることのできる自然数の式から板書をし，発表する。	• 興味・関心をもたせるため，これ以外の方法を使って，イギリスのポールが1000まで挑戦し，113，157，878，881，893，917，943，946，947 の数はつくれなかったことを紹介する。
発展（第２時）	
4 を 4 つ使い，＋，－，×，÷，（　）を使って，答えが －1 から －9 になる計算式をつくりましょう。	
• 四則計算を使って，つくることのできる式から発表する。 • 符号に着目して，正の数，負の数の乗法や除法を用いて，どのように計算すれば答えが負の数になっていくのかを考える。 • 今までつくってきた自然数 1 から 9 の計算式が生かせないか考える。 • 四則計算の順序を入れ替えることで，答えが異なる計算式をつくる。	• 前時までの計算式を眺めながら，負の整数をつくる計算式を考えさせる。 • 正の数，負の数の四則計算をよく確認させ，特に，乗法や除法については符号に着目させる。 • 四則計算を入れ替えることで，何がどのように変わるのかを見つけさせる。
(－4) を 4 つ使い，＋，－，×，÷，（　）を使って，答えがどんな整数の計算式をつくれるか挑戦しましょう。	
• 四則計算を使って，つくることのできる式から板書をし，発表する。 • 符号に着目して，正の数，負の数の乗法や除法を用いて，どのように計算すれば答えが負の数になっていくのかを考える。 • 今までつくってきた自然数 1 から 9 の計算式が生かせないか考える。 • 四則計算の順序を入れ替えることで，答えが異なる計算式をつくる。 • 今までの 4 を 4 つ使って計算したときとの相違を明らかにする。	• 4 を(－4)に変えて整数をつくる計算式を，今まで学習したことを使って同じように考えさせる。 • 正の数，負の数の四則計算をよく確認させ，特に，乗法や除法については，符号に着目させる。 • 四則計算を入れ替えることで，何がどのように変わるのかを見つけさせる。 • できた計算式を眺めながら，答えがどんな整数の計算式ができるのか，規則性を見つけさせる。 • できない整数は，どうしてできないのかを考えさせる。

＊課題学習のポイントとして，生徒が「楽しく学習する」ことが挙げられる。相談し，発表し合ったりして式をじっくり眺め合う場面がほしい。その場合，符号に着目したり，四則計算の構成に着目したり，生徒どうしで式を眺めるなど，いろいろな視点を見つけださせていきたい。

第１学年

【課題１】フォーフォーズに挑戦しよう。Part 1

Ⅰ．指導のねらい　4を4つ使い，＋，－，×，÷，(　)などの計算記号を自由に使って，いろいろな数をつくる「計算遊び」を授業に取り入れ，正の数・負の数の四則計算の応用，発展に生かしていく。

Ⅱ．実施時期　第１学年「正の数・負の数」指導後，２時間扱い
（関連：正の数・負の数，小数・分数の計算，四則計算等）

Ⅲ．準備物　ワークシート

＜学習活動＞

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入（第１時）	• ワークシートを配り，具体的な例を示す。
4を4つ使い，＋，－，×，÷，(　)を使って，答えが0になる計算式をつくりましょう。	
• 困ったら，生徒どうしで相談をする。 • できた生徒は発表する。	• 何通りもあることを示す。 • ＋，－，×，÷，(　)の使い方など，計算式のつくり方を理解させる。
展開	
4を4つ使い，＋，－，×，÷，(　)を使って，答えが1，2，3，……，9になる計算式をつくりましょう。	
• 1から9まで，どこからでも自分の取り組みやすいところから考える。 • できた生徒は発表する。	• 生徒の反応を見ながら，いろいろな計算式を考えさせる。 • 違った計算式を発表させる。
4を4つ使い，＋，－，×，÷，(　)を使って，どんな自然数の答えを出す計算式ができるでしょうか，挑戦しましょう。	
• 小さい自然数から考えていく。1から9の計算式をヒントに考える。 つくることのできる自然数の式から板書をし，発表する。	• 興味・関心をもたせるため，これ以外の方法を使って，イギリスのポールが1000まで挑戦し，113，157，878，881，893，917，943，946，947の数はつくれなかったことを紹介する。
発展（第２時）	
4を4つ使い，＋，－，×，÷，(　)を使って，答えが－1から－9になる計算式をつくりましょう。	
• 四則計算を使って，つくることのできる式から発表する。 • 符号に着目して，正の数，負の数の乗法や除法を用いて，どのように計算すれば答えが負の数になっていくのかを考える。 • 今までつくってきた自然数1から9の計算式が生かせないか考える。 • 四則計算の順序を入れ替えることで，答えが異なる計算式をつくる。	• 前時までの計算式を眺めながら，負の整数をつくる計算式を考えさせる。 • 正の数，負の数の四則計算をよく確認させ，特に，乗法や除法については符号に着目させる。 • 四則計算を入れ替えることで，何がどのように変わるのかを見つけさせる。
(－4)を4つ使い，＋，－，×，÷，(　)を使って，答えがどんな整数の計算式をつくれるか挑戦しましょう。	
• 四則計算を使って，つくることのできる式から板書をし，発表する。 • 符号に着目して，正の数，負の数の乗法や除法を用いて，どのように計算すれば答えが負の数になっていくのかを考える。 • 今までつくってきた自然数1から9の計算式が生かせないか考える。 • 四則計算の順序を入れ替えることで，答えが異なる計算式をつくる。 • 今までの4を4つ使って計算したときとの相違を明らかにする。	• 4を(－4)に変えて整数をつくる計算式を，今まで学習したことを使って同じように考えさせる。 • 正の数，負の数の四則計算をよく確認させ，特に，乗法や除法については，符号に着目させる。 • 四則計算を入れ替えることで，何がどのように変わるのかを見つけさせる。 • できた計算式を眺めながら，答えがどんな整数の計算式ができるのか，規則性を見つけさせる。 • できない整数は，どうしてできないのかを考えさせる。

＊課題学習のポイントとして，生徒が「楽しく学習する」ことが挙げられる。相談し，発表し合ったりして式をじっくり眺め合う場面がほしい。その場合，符号に着目したり，四則計算の構成に着目したり，生徒どうしで式を眺めるなど，いろいろな視点を見つけださせていきたい。

ワークシート　**【課題】どちらが環境に優しいかコスト比較計算をしよう。**

年　　組　　番　名前

原材料コスト・処理コスト・環境負荷（ＢＯＤ）の３つで比較する。
＊ＢＯＤとは生物学的酸素要求量のことで，水の汚れを表す指標

問題　**台ふき VS ティッシュ**

○テーブルに少しこぼれたジュースをふきとるのに，台ふきかティッシュかのどちらを用いるのが環境に優しいか。

条件：こぼれたジュースは約５㎤，使用するティッシュは５ｇ，台ふきを洗うのに１回２ℓの水道水を使用するとし，この操作を10回繰り返した合計で比較する。

★原材料コスト

台　ふ　き	ティッシュ
台ふき１枚160円で1000回使用可 10回で（　　　）円 水道料10回で（　　　）円 （140円／㎥（水道料金）×2ℓ／回×10回） 合　計　（　　　）円	ティッシュ１箱（300ｇ）で90円 ティッシュ１ｇ（　　　）円 ５ｇ×10回×（　　　）円／ｇ ＝（　　　）円 合　計　（　　　）円

ティッシュ の方が約（　　　）倍　コストが高い！

★処理コスト

台　ふ　き	ティッシュ
水処理（下水道料金70円／㎥） 2ℓ／回×10回×70円／㎥ ＝（　　　）円	ゴミ処理（ゴミ処理30000円／トン） ５ｇ（ティッシュ）＋５ｇ（ジュース） ＝10ｇ／回 10ｇ／回×10回×30000円／トン ＝（　　　）円

ティッシュ の方が約（　　　）倍　コストが高い！

★環境負荷

台　ふ　き	ティッシュ
生活排水の平均ＢＯＤ200ppm 2ℓ／回×10回×200㎎／ℓ ＝（　　　）㎎	紙１㎏を作るのに約350ℓのパルプ排水が発生して，そのＢＯＤは500ppm 50ℓ×350ℓ／㎏×500㎎／ℓ ＝（　　　）㎎

ティッシュの方が約（　　　）倍　環境負荷が大きい！
＊これ以外に，森林資源やゴミ処理の排ガスの点でも，ティッシュの方が環境負荷が大きい！

結論：（　　　）の方が環境に優しいし，特である。

第１学年

【課題２】どちらが環境に優しいかコスト比較計算をしよう。

Ⅰ．指導のねらい　「環境問題」が大きな社会問題となっており，生徒たちも少なからず関心は抱いている。しかし，「どれくらい環境に悪いのか」「具体的にどんなことに取り組めばいいのか」ということは多くの生徒が理解していない。そこで，電卓を使って，具体的に計算（コスト比較計算）をすることにより，環境に優しい暮らし方を身につけさせたい。

Ⅱ．実施時期　第１学年「文字の式」指導後，1時間扱い

Ⅲ．準備物　生徒：電卓
教師：ジュース，台ふき，ティッシュ

＜学習活動＞

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入 テーブルにジュースが少しこぼれたら，みんなは何でふく？ ・ティッシュペーパー　・ぞうきん　・台ふき等	・ジュースをこぼしてみせて，考えさせる。 ・自由に発表させ，挙手をさせると，ティッシュが多い。 ・台ふきとティッシュとで比べることを知らせる。
台ふきでふくのとティッシュでふくのとでは，どちらが環境に優しいのか。また，どのような暮らし方をすれば，どの程度環境に優しくなれるのか考えてみよう。 ・どちらが環境に優しいと思うか発表する。	・理由も述べさせると，展開での「必要な条件」が見つけやすくなる。
展開 ○こぼれたジュースは約５㎤，使用するティッシュは５g。これを10回繰り返した合計で比較する。	・条件を統一する。 ・数値は細かいが，比較計算するためには必要であることを知らせる。
○「原材料コスト」について知る。 材料費はそれぞれいくらかかると思う？ ・台ふき１枚とティッシュ５gの値段だけでは比較できないことを知る。（台ふきは何度も使える）	・台ふき１枚160円，ティッシュ１箱（300g）90円を知らせる。
ほかにどんな条件が必要？ ・ティッシュは使い捨てだが，台ふきは何度も使える。 ・台ふきは洗うのに水道を使う。	・台ふきの使用可能回数，水道の使用量と料金を知らせる。 ・単位の換算を押さえておく。
○「原材料コスト」を計算する。 台ふき ・台ふき１枚160円で1000回使用できるとする。 10回で1.6円 ・水道料10回で2.8円 （140円／㎥×２ℓ／回×10回）　合計4.4円 ティッシュ ・ティッシュ１箱(300g)で90円。１gで0.3円 ５g×10回×0.3円／g＝15円	・式の意味が理解できない生徒が多いときは，班で考えさせる。 ・「原料コスト」はティッシュの方が３倍以上高いことを知らせる。 ・「何倍か」という問いかけには仮分数でなく，帯分数や小数第１位までわかればよいことを押さえる。
○「処理コスト」について知る。 ジュースをふいたあとはどうなるの？ ・汚れた水が下水処理される。 ・ティッシュはゴミになる。	・下水道料金，ゴミ処理料金を知らせる。
○「処理コスト」を計算する。 台ふき ・下水道料金70円／㎥ ２ℓ／回×10回×70円／㎥＝1.4円 ティッシュ ・ゴミ処理30000円／トン ５g(ティッシュ)＋５g(ジュース)＝10g／回 10g／回×10回×30000円／トン＝３円	・「処理コスト」はティッシュの方が2倍以上高いことを知らせる。
○「環境負荷」について知る。 環境に対する影響はどうだろう？ ・ゴミを燃やせば排ガスが出て，環境に悪い。	・ＢＯＤについて知らせる。
○「環境負荷」を計算する。 台ふき　・生活排水ＢＯＤ200ppm ２ℓ／回×10回×200㎎／ℓ＝4000㎎ ティッシュ　・パルプ排水ＢＯＤ500ppm 50g×350ℓ／㎏×500㎎／ℓ＝8750㎎ ・「環境負荷」もティッシュが２倍以上高いことを知る。	・紙を作るときのパルプ排水が環境に大きな影響を与えることを知らせる。紙１㎏を作るのに約350ℓのパルプ排水が発生することを知らせる。

第１学年

【課題２】どちらが環境に優しいかコスト比較計算をしよう。

Ⅰ．指導のねらい　「環境問題」が大きな社会問題となっており，生徒たちも少なからず関心は抱いている。しかし，「どれくらい環境に悪いのか」「具体的にどんなことに取り組めばいいのか」ということは多くの生徒が理解していない。そこで，電卓を使って，具体的に計算（コスト比較計算）をすることにより，環境に優しい暮らし方を身につけさせたい。

Ⅱ．実施時期　第１学年「文字の式」指導後，1時間扱い

Ⅲ．準備物　生徒：電卓
教師：ジュース，台ふき，ティッシュ

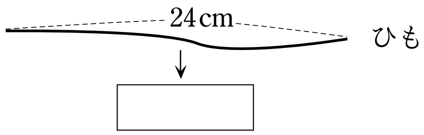
＜学習活動＞

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入 テーブルにジュースが少しこぼれたら，みんなは何でふく？ ・ティッシュペーパー　・ぞうきん　・台ふき等	・ジュースをこぼしてみせて，考えさせる。 ・自由に発表させ，挙手をさせると，ティッシュが多い。 ・台ふきとティッシュとで比べることを知らせる。
台ふきでふくのとティッシュでふくのとでは，どちらが環境に優しいのか。また，どのような暮らし方をすれば，どの程度環境に優しくなれるのか考えてみよう。 ・どちらが環境に優しいと思うか発表する。	・理由も述べさせると，展開での「必要な条件」が見つけやすくなる。
展開 ○こぼれたジュースは約５㎤，使用するティッシュは５g。これを10回繰り返した合計で比較する。	・条件を統一する。 ・数値は細かいが，比較計算するためには必要であることを知らせる。
○「原材料コスト」について知る。 材料費はそれぞれいくらかかると思う？ ・台ふき１枚とティッシュ５gの値段だけでは比較できないことを知る。（台ふきは何度も使える）	・台ふき１枚160円，ティッシュ１箱（300ｇ）90円を知らせる。
ほかにどんな条件が必要？ ・ティッシュは使い捨てだが，台ふきは何度も使える。 ・台ふきは洗うのに水道を使う。	・台ふきの使用可能回数，水道の使用量と料金を知らせる。 ・単位の換算を押さえておく。
○「原材料コスト」を計算する。 台ふき ・台ふき１枚160円で1000回使用できるとする。 10回で1.6円 ・水道料10回で2.8円 （140円／㎥×2ℓ／回×10回）　合計4.4円	・式の意味が理解できない生徒が多いときは，班で考えさせる。
ティッシュ ・ティッシュ１箱（300ｇ）で90円。１ｇで0.3円 ５ｇ×10回×0.3回／ｇ＝15円	・「原料コスト」はティッシュの方が３倍以上高いことを知らせる。 ・「何倍か」という問いかけには仮分数でなく，帯分数や小数第１位までわかればよいことを押さえる。
○「処理コスト」について知る。 ジュースをふいたあとはどうなるの？ ・汚れた水が下水処理される。 ・ティッシュはゴミになる。	・下水道料金，ゴミ処理料金を知らせる。
○「処理コスト」を計算する。 台ふき ・下水道料金70円／㎥ 2ℓ／回×10回×70円／㎥＝1.4円 ティッシュ ・ゴミ処理30000円／トン ５ｇ（ティッシュ）＋５ｇ（ジュース）＝10ｇ／回 10g／回×10回×30000円／トン＝３円	・「処理コスト」はティッシュの方が2倍以上高いことを知らせる。
○「環境負荷」について知る。 環境に対する影響はどうだろう？ ・ゴミを燃やせば排ガスが出て，環境に悪い。	・ＢＯＤについて知らせる。
○「環境負荷」を計算する。 台ふき　・生活排水ＢＯＤ200ppm 2ℓ／回×10回×200㎎／ℓ＝4000㎎ ティッシュ　・パルプ排水ＢＯＤ500ppm 50g×350ℓ／㎏×500㎎／ℓ＝8750㎎ ・「環境負荷」もティッシュが２倍以上高いことを知る。	・紙を作るときのパルプ排水が環境に大きな影響を与えることを知らせる。紙 1㎏を作るのに約350ℓのパルプ排水が発生することを知らせる。

ワークシート　【課題】 **面積の最大値を探そう。**

年　　組　　番　名前

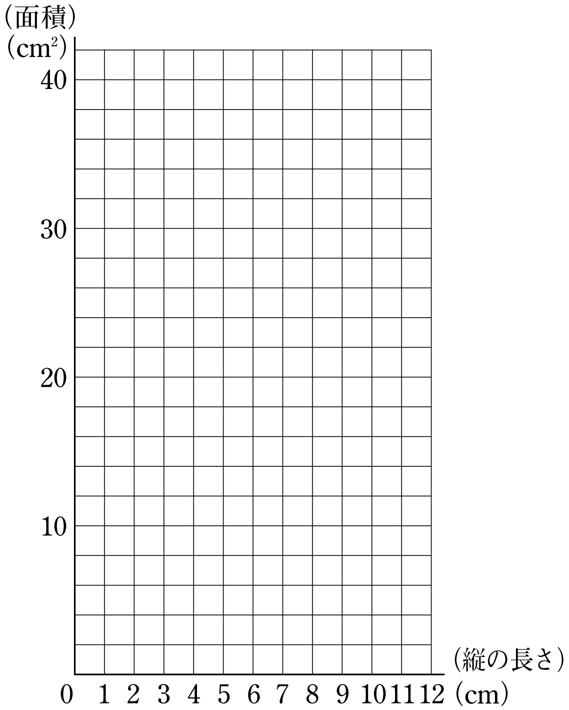
長さ24cmのひもで長方形をつくります。このひもで，できるだけ広く囲えるようにするには，縦の長さを何cmにするとよいでしょう。



≪表をつくろう≫

縦　の　長　さ（cm）	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
横　の　長　さ（cm）											
面　　　積（cm²）											

≪グラフをつくろう≫

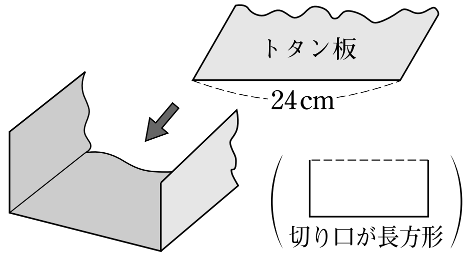


面積が最も大きくなるときは，
縦の長さが
（　　　　　）cm
のときで，面積が，
（　　　　　）cm²
のときである。
そのときの図の形は，
（　　　　　　　　　　）

気づいたことをまとめよう

幅24cmのトタン板を図のように折り曲げて切り口が長方形のといをつくります。

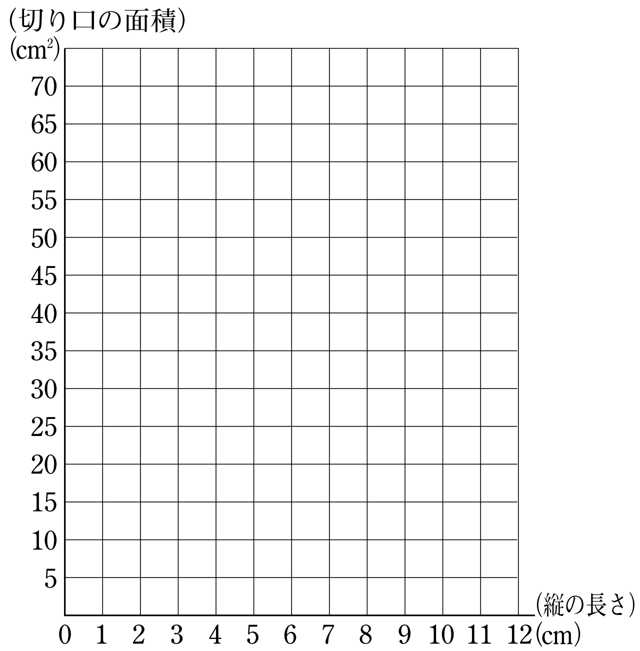
このといに流れる水の量をできるだけ多くするには，切り口の長方形の縦の長さを何cmにするとよいでしょう。



≪表をつくろう≫

縦　の　長　さ（cm）	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
横　の　長　さ（cm）											
切り口の面積（cm²）											

≪グラフをつくろう≫



切り口の面積が最も大きくなるときは，縦の長さが
（　　　　　）cm
のときで，切り口の面積が
（　　　）cm² のときである。
切り口の図の形は，縦：横の比が，
（　　　　）：（　　　　）
の長方形

気づいたことをまとめよう

第１学年

【課題３】面積の最大値を探そう。

Ⅰ．指導のねらい　事象からともなって変わる量を見つけ，変化の様子を表やグラフを使って考察する。このとき，増加してから減少する量については，最大値があることに気づかせ，表やグラフのよさを実感させたい。

Ⅱ．実施時期　第１学年「変化と対応」指導後，２時間扱い

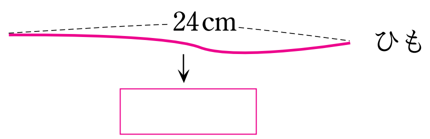
Ⅲ．準備物　ワークシート，ひも，方眼紙，トタン板，厚紙

<学習活動>

学　習　活　動	観　察　と　支　援

導入（第１時）

長さ24cmのひもで長方形をつくります。
このひもで，できるだけ広く囲えるようにするには，縦の長さを何cmにするとよいでしょう。



○方眼紙の上に24cmのひもを置き，いろいろな長方形をつくって面積の変化の様子を確かめる。
○囲まれた部分が最も広くなるときは，面積が最大になるときであることを確認する。

• ひもを使って操作し，長方形の形をいろいろ変えると，面積が変化することに気づかせる。

展開

○横の長さや面積がどのように変わるか，表やグラフをつくって調べる。
　• 横の長さはだんだん短くなることを表やグラフで確認する。面積は，はじめは増加していき，途中から減少していくことを，表やグラフから確認する。
○縦の長さが何cmのとき，面積が最も大きくなるか求める。

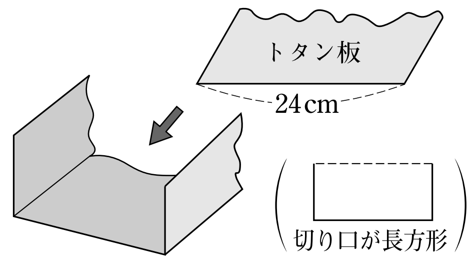
縦の長さ(cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
横の長さ(cm)	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
面　積(cm²)	11	20	27	32	35	36	35	32	27	20	11

○表やグラフから，縦の長さが６cmのときの面積36cm²が最大になることを見つける。
○周囲の長さが一定の長方形は，正方形にすると面積が最大になることを確認する。

• 周囲の長さが一定であることから，縦の長さが長くなれば横の長さが短くなることに気づかせる。
• （横の長さ）＝12－（縦の長さ）であることに気づかせる。
• 表やグラフの対称性に気づかせて，最大値を求めさせる。
• 図形を四角形に限定しなければ，円が最大になることに触れてもよい。

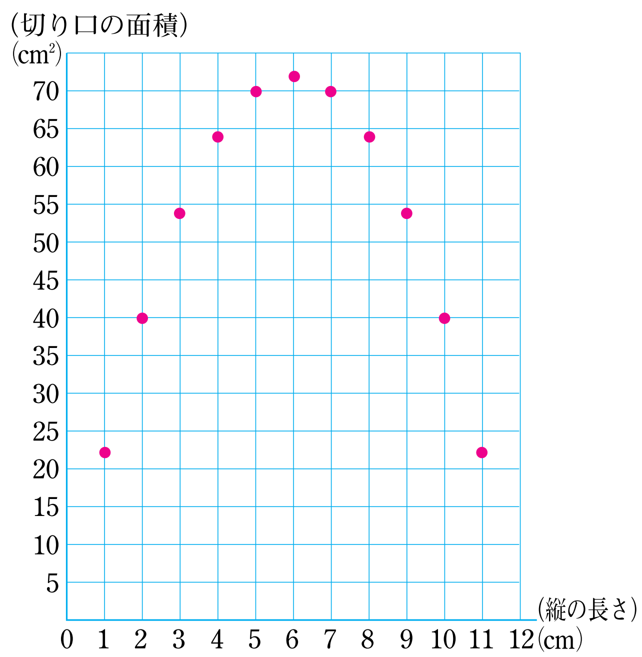
発展（第２時）

幅24cmのトタン板を図のように折り曲げて，切り口が長方形のといを作ります。
このといに流れる水の量をできるだけ多くするには，切り口の長方形の縦の長さを何cmにするとよいでしょう。



○厚紙でといの形に折りながら，水が最も多く流れるときは，切り口の長方形の面積が最大のときであることを確認する。
○切り口の面積が最大になるのは，切り口の形がどんなときかを予想する。
○表やグラフをつくって，面積の変化の様子を調べる。

縦　の　長　さ(cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
横　の　長　さ(cm)	22	20	18	16	11	12	10	8	6	4	2
切り口の面積(cm²)	22	40	54	64	70	72	70	64	54	40	22



○表やグラフから，縦の長さが６cmのとき切り口の面積が72cm²で最大になることを見つける。

• トタン板を生徒に示し，切り口が長方形であるとは，どんなといかを確認させる。
• 切り口が正方形のときが最大であると予想した生徒には，表やグラフをつくって考えるように指示する。
• （横の長さ）＝24－（切り口の長方形の縦の長さ）×２　となることに気づかせる。
• 表やグラフの対称性に気づかせて，最大値を求めさせる。
• 切り口の面積が最大になるときは，切り口が正方形ではないことに気づかせる。
• 切り口の面積が最大になるのは，長方形の縦：横の比が，１：２のときであることに触れるとよい。

第１学年

【課題３】面積の最大値を探そう。

Ⅰ．指導のねらい　事象からともなって変わる量を見つけ，変化の様子を表やグラフを使って考察する。このとき，増加してから減少する量については，最大値があることに気づかせ，表やグラフのよさを実感させたい。

Ⅱ．実施時期　第１学年「変化と対応」指導後，２時間扱い

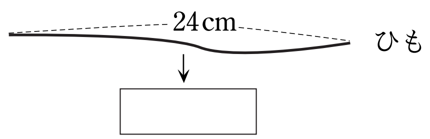
Ⅲ．準備物　ワークシート，ひも，方眼紙，トタン板，厚紙

＜学習活動＞

学習活動 ／ **観察と支援**

導入（第１時）

長さ24㎝のひもで長方形をつくります。
このひもで，できるだけ広く囲えるようにするには，縦の長さを何㎝にするとよいでしょう。



○方眼紙の上に24㎝のひもを置き，いろいろな長方形をつくって面積の変化の様子を確かめる。
○囲まれた部分が最も広くなるときは，面積が最大になるときであることを確認する。

• ひもを使って操作し，長方形の形をいろいろ変えると，面積が変化することに気づかせる。

展開

○横の長さや面積がどのように変わるか，表やグラフをつくって調べる。
• 横の長さはだんだん短くなることを表やグラフで確認する。面積は，はじめは増加していき，途中から減少していくことを，表やグラフから確認する。
○縦の長さが何㎝のとき，面積が最も大きくなるか求める。

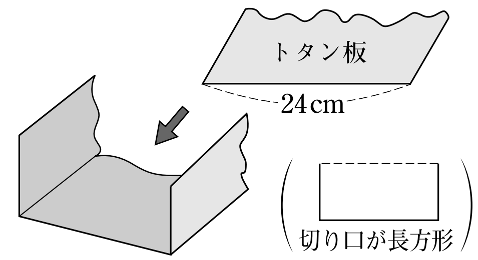
縦の長さ(㎝)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
横の長さ(㎝)	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
面　　積(㎠)	11	20	27	32	35	36	35	32	27	20	11

○表やグラフから，縦の長さが６㎝のときの面積36㎠が最大になることを見つける。
○周囲の長さが一定の長方形は，正方形にすると面積が最大になることを確認する。

• 周囲の長さが一定であることから，縦の長さが長くなれば横の長さが短くなることに気づかせる。
• (横の長さ)＝12－(縦の長さ)であることに気づかせる。
• 表やグラフの対称性に気づかせて，最大値を求めさせる。
• 図形を四角形に限定しなければ，円が最大になることに触れてもよい。

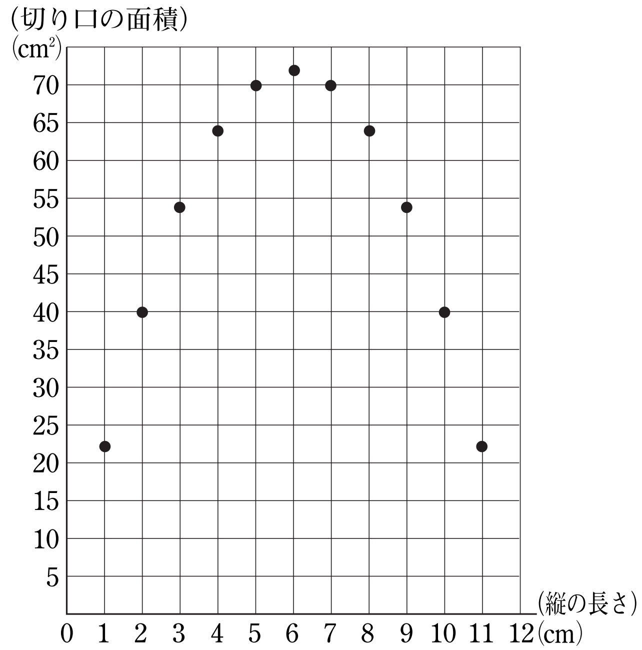
発展（第２時）

幅24㎝のトタン板を図のように折り曲げて，切り口が長方形のといを作ります。
このといに流れる水の量をできるだけ多くするには，切り口の長方形の縦の長さを何㎝にするとよいでしょう。



○厚紙でといの形に折りながら，水が最も多く流れるときは，切り口の長方形の面積が最大のときであることを確認する。
○切り口の面積が最大になるのは，切り口の形がどんなときかを予想する。
○表やグラフをつくって，面積の変化の様子を調べる。

縦の長さ(㎝)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
横の長さ(㎝)	22	20	18	16	11	12	10	8	6	4	2
切り口の面積(㎠)	22	40	54	64	70	72	70	64	54	40	22



○表やグラフから，縦の長さが６㎝のとき切り口の面積が72㎠で最大になることを見つける。

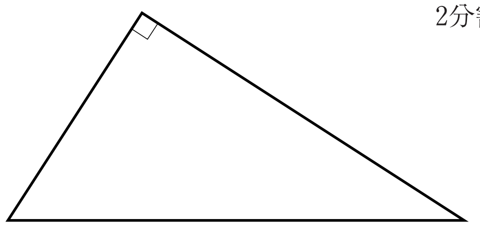
• トタン板を生徒に示し，切り口が長方形であるとは，どんなといかを確認させる。
• 切り口が正方形のときが最大であると予想した生徒には，表やグラフをつくって考えるように指示する。
• (横の長さ)＝24－(切り口の長方形の縦の長さ)×2　となることに気づかせる。
• 表やグラフの対称性に気づかせて，最大値を求めさせる。
• 切り口の面積が最大になるときは，切り口が正方形ではないことに気づかせる。
• 切り口の面積が最大になるのは，長方形の縦：横の比が，１：２のときであることに触れるとよい。

ワークシート 【課題】三角形を同じ種類の三角形に分割してみよう。

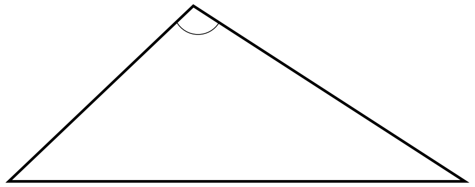
年　　組　　番　名前

1．直角三角形を直角三角形ばかりに分割してみよう。また，鈍角三角形を鈍角三角形ばかりに分割してみよう。

2分割



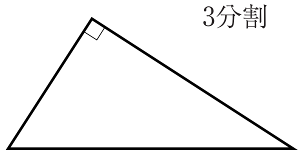
直角三角形



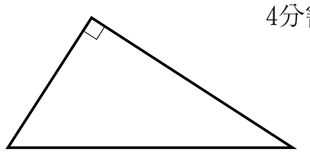
鈍角三角形

2．直角三角形，鈍角三角形は何分割できるだろうか。

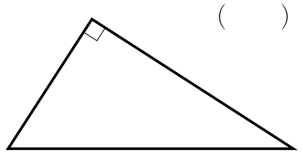
3分割



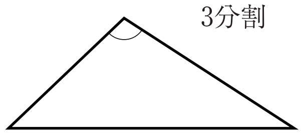
4分割



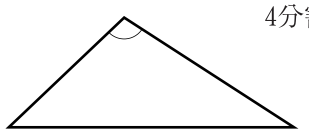
（　　）分割



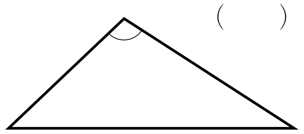
3分割



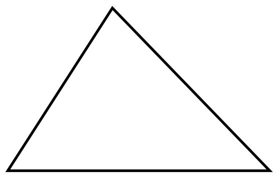
4分割



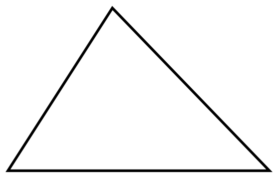
（　　）分割



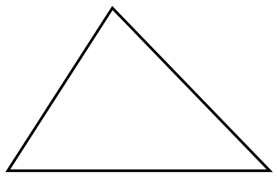
3．では，鋭角三角形を鋭角三角形ばかりに分割しよう。



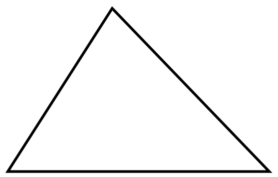
（　　）分割



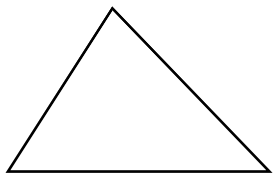
（　　）分割



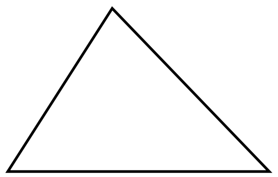
（　　）分割



（　　）分割



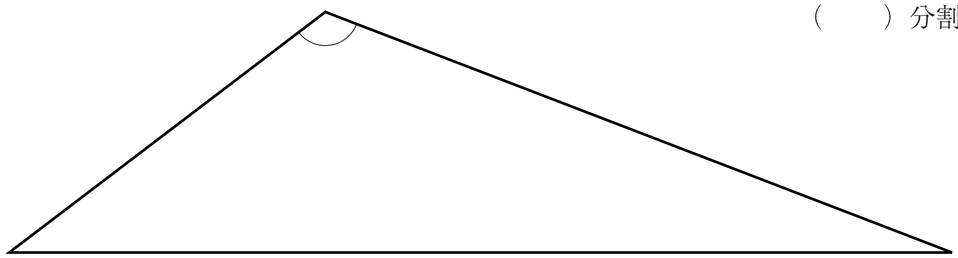
（　　）分割



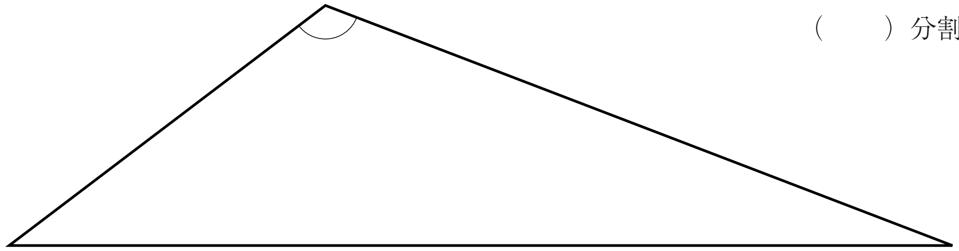
（　　）分割

4．鈍角三角形を鋭角三角形ばかりに分割しよう。

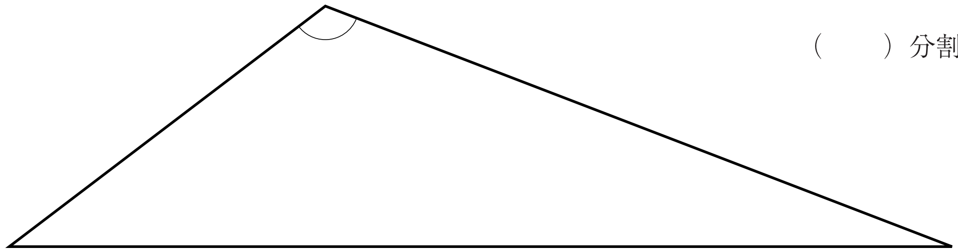
（　　）分割



（　　）分割

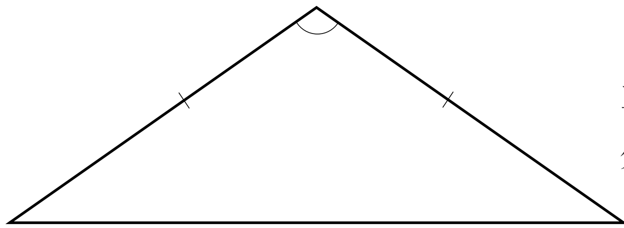


（　　）分割



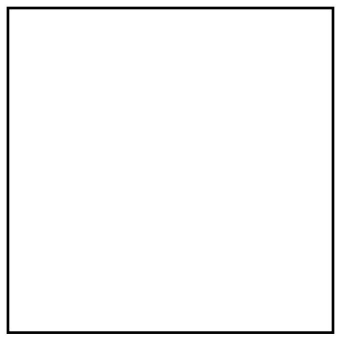
【発展問題】

(1)



左図のような三角形を二等辺三角形（頂角が鋭角のもの）に分割してみよう。

(2)



左図のような正方形を二等辺三角形（頂角が鋭角のもの）に分割してみよう。

第２学年

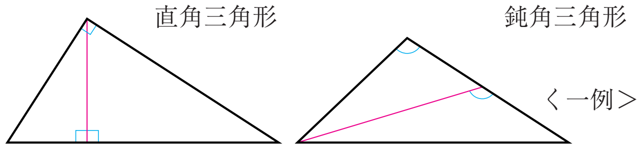
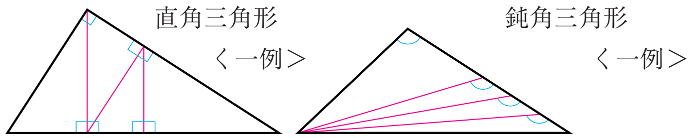
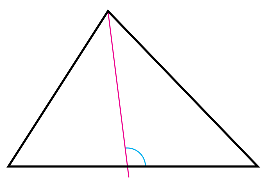
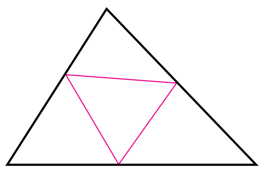
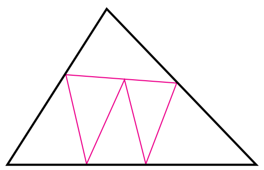
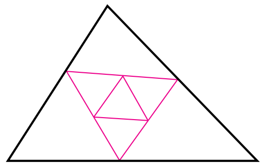
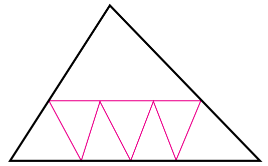
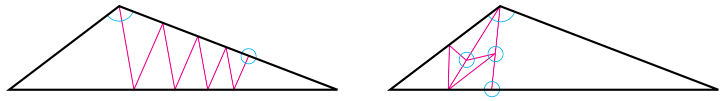
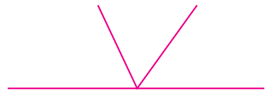
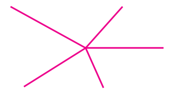
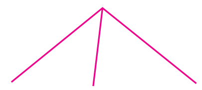
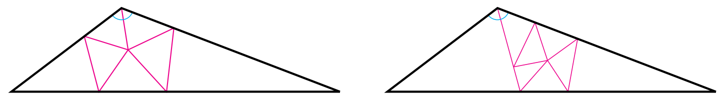
【課題４】三角形を同じ種類の三角形に分割してみよう。

Ⅰ．指導のねらい　三角形の分類は教科書に数行ある内容だが，そのことをどう利用するかという題材は少ない。最初から取り組みを避けてしまう生徒が増えている中，少しでも意欲的に取り組める題材はないかと本課題を設定した。着眼点を絞ったり，考える視点を変えてみる工夫をすることで問題を解決する喜びを感じさせたい。

Ⅱ．実施時期　第２学年「図形の調べ方」の指導後，２時間扱い

Ⅲ．準備物　ワークシート，分度器

＜学習活動＞

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入（第１時） 直角三角形を直角三角形ばかりに分割することはできるか。 鈍角三角形を鈍角三角形ばかりに分割することはどうか。  ○　では，３分割，４分割はできるだろうか。  	• 手始めに，簡単な事例に挑戦させる。どんな角度の直角三角形でも鈍角三角形でもよい。 • 直角三角形は直角の頂点から垂線をおろす。鈍角三角形では，どの頂点からおろしてもできることに気づかせる。 • 何分割でもできることを確認させる。 • 分割のしかたは何通りも考えられることから，生徒一人ひとりの発想を認めてやりたい。
展開　○２分割はできるか。 では，鋭角三角形を鋭角三角形ばかりに分割できるか。 どこで切っても，２分割だと，鈍角または，直角ができて不可能である。  ○　では，何分割なら可能か。  ＜４分割の一例＞  ＜６分割の一例＞  ＜７分割の一例＞  ＜８分割の一例＞ ○次時の課題を聞く。	• 最初に２分割ができるかどうかを考えさせ，それが不可能なら，何分割なら可能かを考えさせる。 • 鋭角三角形は直角三角形のように２分割はできない。どうしてできないかも考えさせる。 • 最低でも４分割である。しかし，５分割は不可能でもある。 • 時間が許せば，４分割以上では何分割が可能かを確かめさせる。 • 前課題の直角三角形の分割と４分割の場合の３辺の中点どうしの分割は，相似や中点連結定理の指導にも結びつけられる。 • 次時の課題を最後に知らせ，考えておくように指導する。
展開（第２時） 鈍角三角形を鋭角三角形ばかりに分割することはできるか。 鈍角ができてしまう部分○  ○班で話し合う。 • 分析して考えてみる。 ①鋭角とは何か。**→90°より小さい角** ②直線を分割して鋭角をつくるには最低何分割すればよいか。 180°÷2＝90° 180°÷3＝60°  ③平面上の1点で鋭角に分割するには最低何分割すればよいか。 360°÷4＝90° 360°÷5＝72°  ④鈍角を分割して鋭角をつくるには最低何分割すればよいか。  ○②，③，④を総合して考える。 	• 試行錯誤をさせる。 • 前時からさらに１歩進ませて考えさせる。多くの生徒の意見を集約してみるということで，班活動を取り入れるのもよい。 • 問題を絞るために，適当な角度の鈍角三角形を指定してもよい。 • 生徒から出なければ，分析の視点は，指導者から与える。 • これまでの学習の中での経験から，これらのほとんどは感覚的につかめると思われる。 • ②のポイントでは３分割以上しなければ鋭角は得られない。 • ③のポイントでは５分割以上である。 • ④のポイントでは２分割以上である。 • 最低でも７分割，それ以上はいくつでも可能であることが推察できる。
発展 ○鈍角二等辺三角形を，鋭角二等辺三角形ばかりに分割してみよう。（問題図は110°） ○また，正方形を鋭角二等辺三角形ばかりに分割してみよう。	• さらに条件を変えてもできるかを確かめさせることで数学のおもしろさを発見させたい。 （例）120°以上はできない？

第２学年

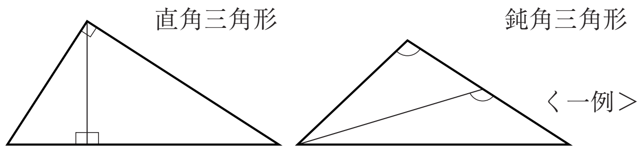
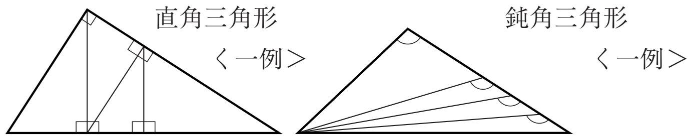
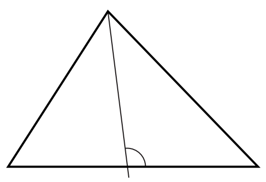
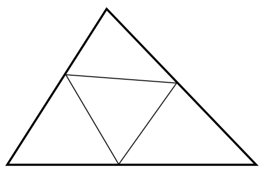
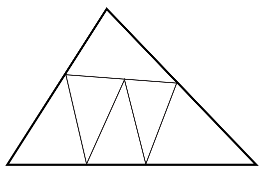
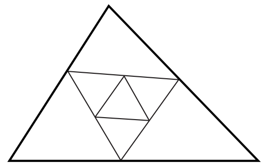
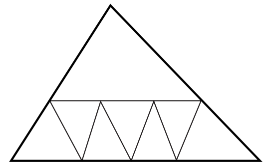
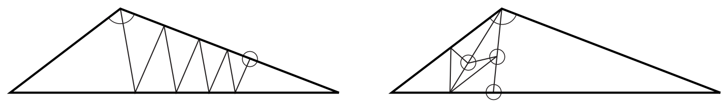
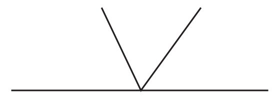
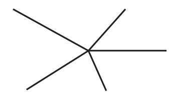
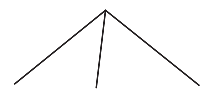
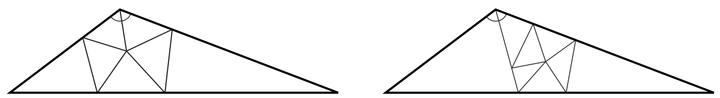
【課題４】三角形を同じ種類の三角形に分割してみよう。

Ⅰ．指導のねらい　三角形の分類は教科書に数行ある内容だが，そのことをどう利用するかという題材は少ない。最初から取り組みを避けてしまう生徒が増えている中，少しでも意欲的に取り組める題材はないかと本課題を設定した。着眼点を絞ったり，考える視点を変えてみる工夫をすることで問題を解決する喜びを感じさせたい。

Ⅱ．実施時期　第２学年「図形の調べ方」の指導後，２時間扱い

Ⅲ．準備物　ワークシート，分度器

＜学習活動＞

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入（第１時） 直角三角形を直角三角形ばかりに分割することはできるか。 鈍角三角形を鈍角三角形ばかりに分割することはどうか。  ○ では，３分割，４分割はできるだろうか。 	• 手始めに，簡単な事例に挑戦させる。どんな角度の直角三角形でも鈍角三角形でもよい。 • 直角三角形は直角の頂点から垂線をおろす。鈍角三角形では，どの頂点からおろしてもできることに気づかせる。 • 何分割でもできることを確認させる。 • 分割のしかたは何通りも考えられることから，生徒一人ひとりの発想を認めてやりたい。
展開 ○２分割はできるか。 では，鋭角三角形を鋭角三角形ばかりに分割できるか。 どこで切っても，２分割だと，鈍角または，直角ができて不可能である。  ○ では，何分割なら可能か。  ＜４分割の一例＞  ＜６分割の一例＞  ＜７分割の一例＞  ＜８分割の一例＞ ○次時の課題を聞く。	• 最初に２分割ができるかどうかを考えさせ，それが不可能なら，何分割なら可能かを考えさせる。 • 鋭角三角形は直角三角形のように２分割はできない。どうしてできないかも考えさせる。 • 最低でも４分割である。しかし，５分割は不可能でもある。 • 時間が許せば，４分割以上では何分割が可能かを確かめさせる。 • 前課題の直角三角形の分割と４分割の場合の３辺の中点どうしの分割は，相似や中点連結定理の指導にも結びつけられる。 • 次時の課題を最後に知らせ，考えておくように指導する。
展開（第２時） 鈍角三角形を鋭角三角形ばかりに分割することはできるか。 鈍角ができてしまう部分○  ○班で話し合う。 • 分析して考えてみる。 ①鋭角とは何か。**→90°より小さい角** ②直線を分割して鋭角をつくるには最低何分割すればよいか。 180°÷2＝90° 180°÷3＝60°  ③平面上の1点で鋭角に分割するには最低何分割すればよいか。 360°÷4＝90° 360°÷5＝72°  ④鈍角を分割して鋭角をつくるには最低何分割すればよいか。  ○②，③，④を総合して考える。 	• 試行錯誤をさせる。 • 前時からさらに１歩進ませて考えさせる。多くの生徒の意見を集約してみるということで，班活動を取り入れるのもよい。 • 問題を絞るために，適当な角度の鈍角三角形を指定してもよい。 • 生徒から出なければ，分析の視点は，指導者から与える。 • これまでの学習の中での経験から，これらのほとんどは感覚的につかめると思われる。 • ②のポイントでは３分割以上しなければ鋭角は得られない。 • ③のポイントでは５分割以上である。 • ④のポイントでは２分割以上である。 • 最低でも７分割，それ以上はいくつでも可能であることが推察できる。
発展 ○鈍角二等辺三角形を，鋭角二等辺三角形ばかりに分割してみよう。（問題図は110°） ○また，正方形を鋭角二等辺三角形ばかりに分割してみよう。	• さらに条件を変えてもできるかを確かめさせることで数学のおもしろさを発見させたい。 （例）120°以上はできない？

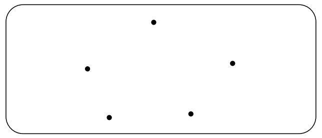
ワークシート１　**【課題】７つ星の角の和の秘密をみつけよう。**

年　　組　　番　名前＿＿＿＿＿＿＿＿

1．７つ星をかいてみよう。

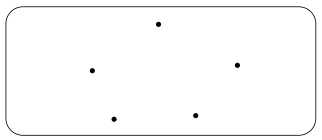
2．五角形の内角の和を求めよう。

- 五角形をかいてみよう。
- （時計回りに）点と点を結んでみよう。



3．５つ星の角の和を求めよう。

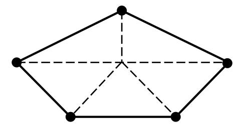
- ５つ星をかいてみよう。
- （時計回りに）２つ目の点を結んでみよう。



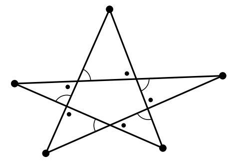
ワークシート２　**【課題】７つ星の角の和の秘密をみつけよう。**

年　　組　　番　名前＿＿＿＿＿＿＿＿

1．２つの内角の求め方をみて，何か気がつくことはありますか。



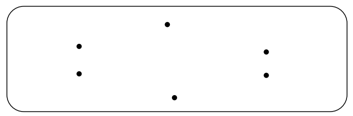
$180^\circ \times 5 - 360^\circ$



$180^\circ \times 5 - 360^\circ \times 2$

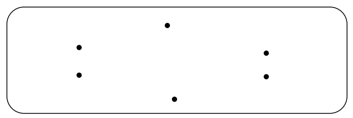
2．６つ星の角の和を求めよう。

①（時計回りに）点と点を結んでみよう。



- 内角の和を求めよう。

②（時計回りに）２つ目の点を結んでみよう。



- 角の和を求めよう。

3．７つ星の角の和を求めよう。

- レポートにまとめよう。

第２学年

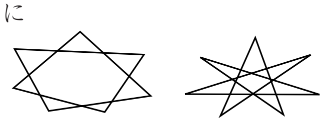
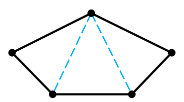
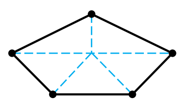
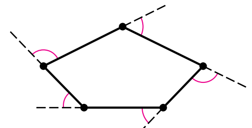
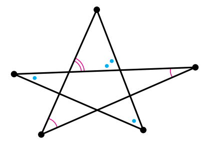
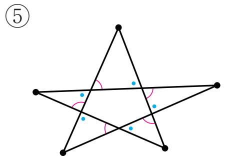
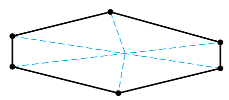
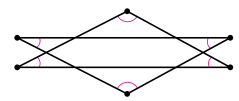
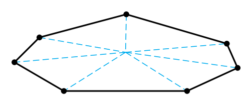
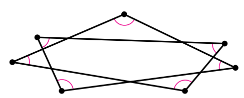
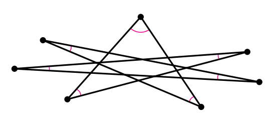
【課題５】 ７つ星の角の和の秘密をみつけよう。

Ⅰ．指導のねらい　「正多角形の内角の和」と「星形の角の和」は，別々の課題として取り扱われている。これを「いくつ目の点を結ぶのか」という観点で見直すと，同じ系統にある図形である。統合的な見方をすることにより，数学的な考え方のよさを感得させたい。

Ⅱ．実施時期　第２学年「図形の調べ方」の指導後，２時間扱い

Ⅲ．準備物　ワークシート，定規

<学習活動>

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入（第１時） ７つの星をかいてみよう。 ○ ワークシート に 自由にかく。 	・一筆書きで５つ星をかいて見せ，７つ星をかくように指示する。 ・点を先にとるとかきやすいことに気づかせる。 ・（時計回りに）点と点を結んだり，２つ目の点を結ぶことによって，違う星形がかけることを知らせる。 ・２種類の星形がかけることに気づかせる。
展開 （時計回りに）点と点を結んで五角形をつくり，内角の和を求めよう。 ○内角の和の求め方を各自でまとめる。 ○発見した求め方を発表する。 ①  180°×(5−2) ②  180°×5−360° ③  180°×5−360° ○おもしろい考え方を１つ選ぶ。 （時計回りに）２つ目の点を結んで５つ星をつくり，内角の和を求めよう。 ○星形の内角の和の求め方を各自でまとめる。 ○発見した求め方を発表する。 ④  180° ⑤  180°×5−360°×2 ○おもしろい考え方を１つ選ぶ。	・点と点を結ぶと五角形になることに気づかせる。 ・②の考え方は，(三角形の内角の和)×(三角形の数)−(中心部分の角の和360°）である。 ・③の考え方は，{(１つの内角)＋(１つの外角)}×(角の数)−(外角の和360°)である。 ・生徒が考えた意見はできるだけ発表させるが，ここでは，②，③の考え方を出させることをねらいとする。 ・「星形の角の和」との統合に結びつけるため，新しい考え方として，②，③の考え方を生徒に印象づける。 ・補助線を引くと，考えやすくなることをヒントとして与える。 ・④の考え方は，三角形の外角の性質を使って，１つの三角形に角度を集める。 ・⑤は，(三角形の内角の和)×(三角形の数)−(内側の五角形の外角の和)×2である。 ・多くの考え方を発表させる。⑤の考え方は，この後使うので出させるようにする。 ・「正多角形の内角の和」との統合に気づかせるために，新しい考え方として，⑤の考え方を生徒に印象づける。つまり，三角形５つの内角の和から，外角の和 360°の２つ分をひく。
（第２時） ２つの図形の求め方の公式を発見しよう。 ○共通の法則を見つけ，ワークシート にかく。 ・180°×5−360°　　・180°×5−360°×2 ○統合的な考え方ができることをまとめる。 <内角の和を求める公式> 180°×(何角形)−360°×(いくつ目の点か) ○「内角の和を求める公式」が，他の正多角形・他の星形でも言えることを確かめよう。 ○６つ星の角の和を求めよう。 ・点と点を結んだ図形　　・２つ目の点を結んだ図形   ・「内角の和を求める公式」で求められる理由を考える。 ○７つ星の角の和を求めよう。 ・点と点を結んだ図形　　・２つ目の点を結んだ図形   ・「内角の和を求める公式」で求められる理由を考える。	・前時の「正多角形の内角の和」「星形の角の和」の考え方を統合する。 ・「正多角形の内角の和」「星形の角の和」の求め方を振り返ってみることで，何か共通性は見いだせないかを考えさせる。 ・正多角形も星形も同じ考え方(統合)で，内角の和を求めることができることに気づかせ，統合の考え方の美しさ・よさを感じさせる。 ・「内角の和を求める公式」が，他の図形でも言えることを確かめ，公式を他の図形へ広げる。 ・ ワークシート の点を結び，図をかかせる。 ・６つ星の２つ目の点を一筆書きで結ぶと，すべての点を通る前に閉じてしまうので，新たに，残った点を結ぶことを指示する。 ・「内角の和を求める公式」で内角の和を求め，公式で求められる理由を考えさせる。 ・７つ星でも，６つ星と同様に考えさせる。 ・グループで，隣どうしで，公式が使える理由を相談させてもよい。 ・全体の場で，使える理由(考え方)をまとめる。 ・星の数が増えても，「内角の和を求める公式」が成り立つことのおもしろさを感じさせたい。
発展　○レポートにまとめる。 ７つ星の３つ目の点を結んで，角の和を求めよう。 	・「内角の和を求める公式」を他の図形（３つ目の点を結んだ星形）へ広げる。 ・この課題だけでなく，星形の角の和から新たな法則の発見を促す。

第２学年

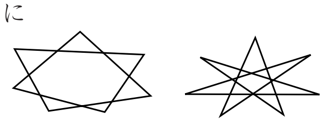
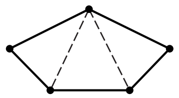
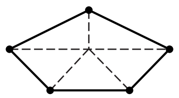
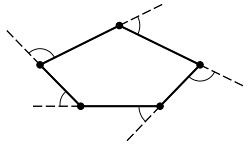
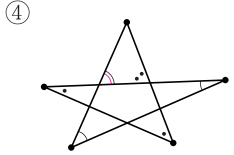
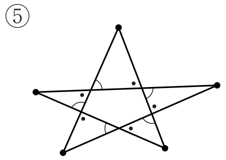
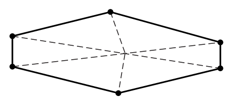
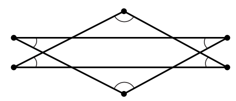
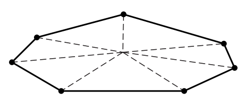
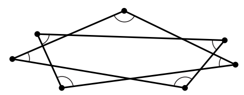
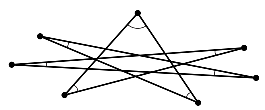
【課題５】７つ星の角の和の秘密をみつけよう。

Ⅰ．指導のねらい　「正多角形の内角の和」と「星形の角の和」は，別々の課題として取り扱われている。これを「いくつ目の点を結ぶのか」という観点で見直すと，同じ系統にある図形である。統合的な見方をすることにより，数学的な考え方のよさを感得させたい。

Ⅱ．実施時期　第２学年「図形の調べ方」の指導後，２時間扱い

Ⅲ．準備物　ワークシート，定規

<学習活動>

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入（第１時） ７つの星をかいてみよう。 ○ ワークシート に自由にかく。 	• 一筆書きで５つ星をかいて見せ，７つ星をかくように指示する。 • 点を先にとるとかきやすいことに気づかせる。 •（時計回りに）点と点を結んだり，２つ目の点を結ぶことによって，違う星形がかけることを知らせる。 • ２種類の星形がかけることに気づかせる。
展開 （時計回りに）点と点を結んで五角形をつくり，内角の和を求めよう。 ○内角の和の求め方を各自でまとめる。 ○発見した求め方を発表する。 ①  180°×(5−2) ②  180°×5−360° ③  180°×5−360° ○おもしろい考え方を１つ選ぶ。 （時計回りに）２つ目の点を結んで５つ星をつくり，内角の和を求めよう。 ○星形の内角の和の求め方を各自でまどめる。 ○発見した求め方を発表する。 ④  180° ⑤  180°×5−360°×2 ○おもしろい考え方を１つ選ぶ。	• 点と点を結ぶと五角形になることに気づかせる。 • ②の考え方は，(三角形の内角の和)×(三角形の数)−(中心部分の角の和360°）である。 • ③の考え方は，{(1つの内角)＋(1つの外角)}×(角の数)−(外角の和360°)である。 • 生徒が考えた意見はできるだけ発表させるが，ここでは，②，③の考え方を出させることをねらいとする。 • 「星形の角の和」との統合に結びつけるため，新しい考え方として，②，③の考え方を生徒に印象づける。 • 補助線を引くと，考えやすくなることをヒントとして与える。 • ④の考え方は，三角形の外角の性質を使って，1つの三角形に角度を集める。 • ⑤は，(三角形の内角の和)×(三角形の数)−(内側の五角形の外角の和)×2である。 • 多くの考え方を発表させる。⑤の考え方は，この後使うので出させるようにする。 • 「正多角形の内角の和」との統合に気づかせるために，新しい考え方として，⑤の考え方を生徒に印象づける。つまり，三角形５つの内角の和から，外角の和 360°の２つ分をひく。
（第２時） ２つの図形の求め方の公式を発見しよう。 ○共通の法則を見つけ, ワークシート にかく。 • 180°×5−360°　• 180°×5−360°×2 ○統合的な考え方ができることをまとめる。 <内角の和を求める公式> 180°×(何角形)−360°×(いくつ目の点か) ○「内角の和を求める公式」が，他の正多角形・他の星形でも言えることを確かめよう。 ○６つ星の角の和を求めよう。 • 点と点を結んだ図形　• ２つ目の点を結んだ図形   •「内角の和を求める公式」で求められる理由を考える。 ○７つ星の角の和を求めよう。 • 点と点を結んだ図形　• ２つ目の点を結んだ図形   •「内角の和を求める公式」で求められる理由を考える。	• 前時の「正多角形の内角の和」「星形の角の和」の考え方を統合する。 • 「正多角形の内角の和」「星形の角の和」の求め方を振り返ってみることで，何か共通性は見いだせないかを考えさせる。 • 正多角形も星形も同じ考え方(統合)で，内角の和を求めることができることに気づかせ，統合の考え方の美しさ・よさを感じさせる。 • 「内角の和を求める公式」が，他の図形でも言えることを確かめ，公式を他の図形へ広げる。 • ワークシート の点を結び，図をかかせる。 • ６つ星の２つ目の点を一筆書きで結ぶと，すべての点を通る前に閉じてしまうので，新たに，残った点を結ぶことを指示する。 •「内角の和を求める公式」で内角の和を求め，公式で求められる理由を考えさせる。 • ７つ星でも，６つ星と同様に考えさせる。 • グループで，隣どうしで，公式が使える理由を相談させてもよい。 • 全体の場で，使える理由(考え方)をまとめる。 • 星の数が増えても,「内角の和を求める公式」が成り立つことのおもしろさを感じさせたい。
発展　○レポートにまとめる。 ７つ星の３つ目の点を結んで，角の和を求めよう。 	• 「内角の和を求める公式」を他の図形（３つ目の点を結んだ星形）へ広げる。 • この課題だけでなく，星形の角の和から新たな法則の発見を促す。

ワークシート 【課題】 **折り紙で図形を作ろう。**

年　　組　　番　名前

1．折り紙でカブトを折ろう。

☆ できたカブトを開いて貼ろう。

☆どんな図形や，辺と辺の状態ができているかな。気づいたものをすべて記録しよう。

2．次の四角形を，長方形の紙で作ってみよう。そして，できた図形と折り目をすべて写し，その図形が正しいかどうか確かめ，その根拠をまとめよう。

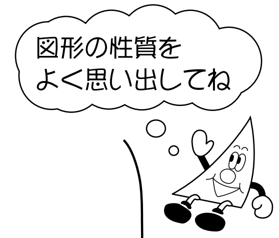
(1) 長方形　　☆根拠をまとめよう。

(2) 正方形

(3) 平行四辺形

(4) ひし形

3．次の三角形を，長方形の紙で作ってみよう。そして，できた図形と折り目をすべて写し，その図形が正しいかどうか確かめ，その根拠をまとめよう。



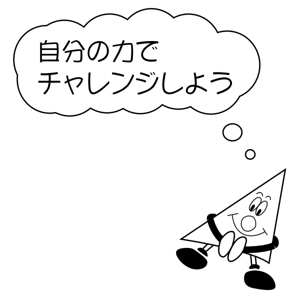
(1) 直角三角形　　☆根拠をまとめよう。

(2) 二等辺三角形

(3) 直角二等辺三角形

(4) 正三角形

4．先生の指示にしたがって活動しよう。



第２学年

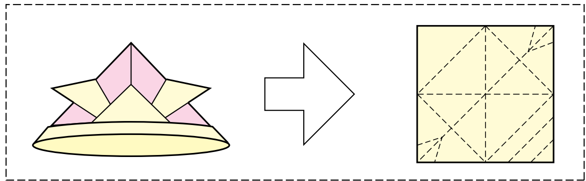
【課題６】 折り紙で図形を作ろう。

Ⅰ．指導のねらい　生徒は小さい頃から折り紙に親しんでいる。そして，折り紙を持つと，鶴や舟など自分の知っているものを折り始める。ここでは，紙を折ることによっていろいろな図形ができることに気づかせたい。また，自分が知っている図形を見通しをもって作らせたり，できた図形が自分の知っている図形かどうか確認させたりする。これらの活動を通して，基本図形の名称や性質などを確認するとともに，折り紙で数学を行う楽しさを知らせたい。

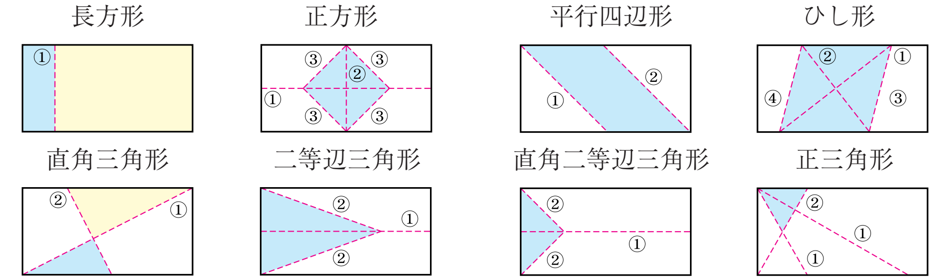
Ⅱ．実施時期　第２学年「図形と合同」の指導後，２時間扱い

Ⅲ．準備物　ワークシート，正方形の色紙（1辺５㎝程度），長方形の紙（B６半紙程度），大きな正方形の紙（提示用），定規

＜学習活動＞

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入 ○１人１枚の正方形の色紙を受け取る。 ［折り紙を使ってカブトを折ってみよう。］ ○カブトを折る。 ［できたカブトをもとの正方形の折り紙に戻し，そこにどんな図形や，辺と辺の状態ができているか調べてみよう。］  ○自分が知っているものの名称をすべて記録する。 ○提示された大きな正方形で確認し合う。	・１人１枚ずつ正方形の色紙を配る。 ・折り紙でカブトを折らせる。わからない生徒のために折り目を示した大きな正方形の紙を提示する。（折ったときにかぶれるくらいが見やすく，興味を引く） ・今まで学習した名称（正方形，垂直など）をできるだけ多く見つけさせる。 ・折り紙を［ワークシート］に貼らせる。折り目を写させてもよい。 ・今まで学習したことがらがいろいろ含まれていることに気づかせる。
展開 ［次の四角形を，長方形の紙で作ってみよう。 また，できた図形が正しいかどうか，その根拠をまとめよう。 (1) 長方形　(2) 正方形 (3) 平行四辺形　(4) ひし形］ ○見通しをもちながら，長方形の紙を折る。 ○できあがった折り目を定規を使って［ワークシート］に写す。 ○できた図形が正しいかどうか，自分なりに根拠をまとめる。 ○１度できたら，他の折り方も考える。 ○折り目をサインペンで示し，発表し合う。 ［次の三角形を，長方形の紙で作ってみよう。 また，できた図形が正しいかどうか，その根拠をまとめよう。 (1) 直角三角形　(2) 二等辺三角形 (3) 直角二等辺三角形　(4) 正三角形］	・折りやすい図形から折らせる。 ・ひし形は対角線が垂直に交わることに着目させるとよい。 ・［ワークシート］の長方形の図に，できあがった図形とともに，他の折り目も記録させる。そのとき，折った順番に番号等をつけさせるとよい。 ・できあがった図形が正しいかどうか，その図形になる条件に着目させ，根拠をまとめさせる。このとき，証明の書き方にはあまりとらわれない方がよい。 ・他の生徒と比べ，異なった方法に気づかせる。 ・四角形のときと同様に進める。 ・正三角形については難しいので，二等辺三角形の折り方を関連づけながら，３辺が等しいところに着目させる。

模範解答と異なる折り方〔例〕（①，②，③は折る順番を表す）



学　習　活　動	観　察　と　支　援
参考 ☆発展として考えられる問題 ○与えられた長方形の紙でできる，最も面積の大きい図形を考える。 正三角形の場合　ひし形の場合 	・長方形の紙のどの部分に作ると最も大きなものができるか見通しをもたせる。 ・面積が最大かどうかの証明は難しいので，寸法を測って調べさせたり，自分なりの根拠でまとめさせたりする。 ・他の図形について考えてもおもしろい。
○自分が考えた形や正多角形を考える。 正八角形の場合　正六角形の場合 	・正六角形は難しいが，正三角形と関連づけさせ，上の正三角形が連続していることに気づかせる。 ・正八角形は，中心角を16等分すればよい。
○折り紙を長方形ではなく，正方形やその他の形の紙で考える。 ○展開時と同様の活動を行う。	・今までの活動を正方形やひし形などの折り紙で行うと展開が変わってくる。

第２学年

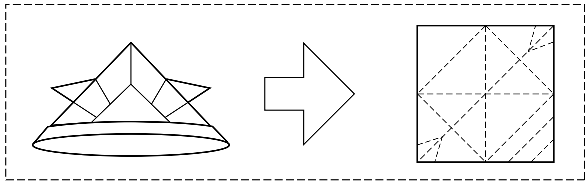
【課題６】 折り紙で図形を作ろう。

Ⅰ．指導のねらい　生徒は小さい頃から折り紙に親しんでいる。そして，折り紙を持つと，鶴や舟など自分の知っているものを折り始める。ここでは，紙を折ることによっていろいろな図形ができることに気づかせたい。また，自分が知っている図形を見通しをもって作らせたり，できた図形が自分の知っている図形かどうか確認させたりする。これらの活動を通して，基本図形の名称や性質などを確認するとともに，折り紙で数学を行う楽しさを知らせたい。

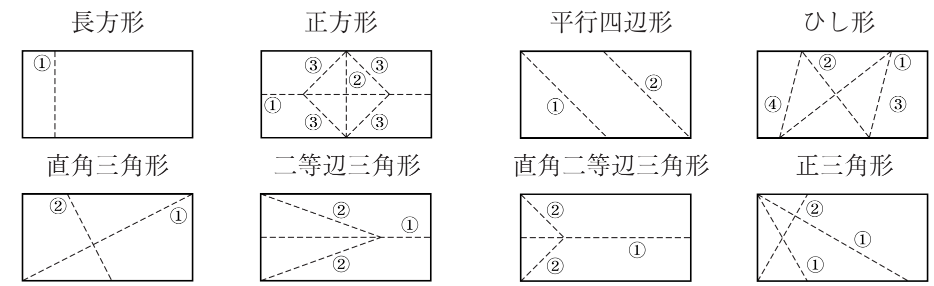
Ⅱ．実施時期　第２学年「図形と合同」の指導後，２時間扱い

Ⅲ．準備物　ワークシート，正方形の色紙（1辺５㎝程度），長方形の紙（B６半紙程度），大きな正方形の紙（提示用），定規

<学習活動>

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入	
○１人１枚の正方形の色紙を受け取る。 折り紙を使ってカブトを折ってみよう。 ○カブトを折る。 できたカブトをもとの正方形の折り紙に戻し，そこにどんな図形や，辺と辺の状態ができているか調べてみよう。  ○自分が知っているものの名称をすべて記録する。 ○提示された大きな正方形で確認し合う。	•１人１枚ずつ正方形の色紙を配る。 •折り紙でカブトを折らせる。わからない生徒のために折り目を示した大きな正方形の紙を提示する。（折ったときにかぶれるくらいが見やすく，興味を引く） •今まで学習した名称（正方形，垂直など）をできるだけ多く見つけさせる。 •折り紙を ワークシート に貼らせる。折り目を写させてもよい。 •今まで学習したことがらがいろいろ含まれていることに気づかせる。
展開	
次の四角形を，長方形の紙で作ってみよう。 また，できた図形が正しいかどうか，その根拠をまとめよう。 （1）長方形　（2）正方形 （3）平行四辺形　（4）ひし形 ○見通しをもちながら，長方形の紙を折る。 ○できあがった折り目を定規を使って ワークシート に写す。 ○できた図形が正しいかどうか，自分なりに根拠をまとめる。 ○１度できたら，他の折り方も考える。 ○折り目をサインペンで示し，発表し合う。 次の三角形を，長方形の紙で作ってみよう。 また，できた図形が正しいかどうか，その根拠をまとめよう。 （1）直角三角形　（2）二等辺三角形 （3）直角二等辺三角形　（4）正三角形	•折りやすい図形から折らせる。 •ひし形は対角線が垂直に交わることに着目させるとよい。 • ワークシート の長方形の図に，できあがった図形とともに，他の折り目も記録させる。そのとき，折った順番に番号等をつけさせるとよい。 •できあがった図形が正しいかどうか，その図形になる条件に着目させ，根拠をまとめさせる。このとき，証明の書き方にはあまりとらわれない方がよい。 •他の生徒と比べ，異なった方法に気づかせる。 •四角形のときと同様に進める。 •正三角形については難しいので，二等辺三角形の折り方を関連づけながら，３辺が等しいところに着目させる。

模範解答と異なる折り方〔例〕（①，②，③は折る順番を表す）

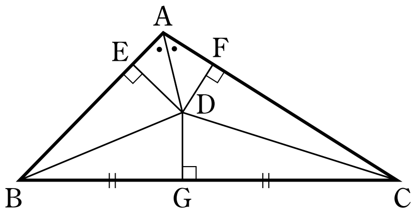


学　習　活　動	観　察　と　支　援
参考 ☆発展として考えられる問題	
○与えられた長方形の紙でできる，最も面積の大きい図形を考える。 正三角形の場合　ひし形の場合 	•長方形の紙のどの部分に作ると最も大きなものができるか見通しをもたせる。 •面積が最大かどうかの証明は難しいので，寸法を測って調べさせたり，自分なりの根拠でまとめさせたりする。 •他の図形について考えてもおもしろい。
○自分が考えた形や正多角形を考える。 正八角形の場合　正六角形の場合 	•正六角形は難しいが，正三角形と関連づけさせ，上の正三角形が連続していることに気づかせる。 •正八角形は，中心角を16等分すればよい。
○折り紙を長方形ではなく，正方形やその他の形の紙で考える。 ○展開時と同様の活動を行う。	•今までの活動を正方形やひし形などの折り紙で行うと展開が変わってくる。

ワークシート　【課題】すべての三角形は二等辺二角形である？

年　　組　　番　名前

「すべての三角形は二等辺三角形である？」



≪補助線の引き方≫

①　∠Aの二等分線を引く。

②　BCの垂直二等分線を引く。

③　①と②の交点をDとする。

④　DからAB, ACに垂線をおろし，E，Fとする。

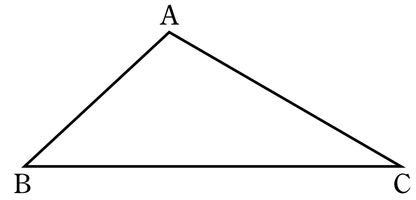
1．「すべての三角形は二等辺三角形である？」の証明を書いてみよう。

(1)　△AEDと△AFDについて

(2)　△BEDと△CFDについて

(3)　結論　AB＝ACについて

2．確かめてみよう！



• この証明のどこに問題があったのだろう？

3．気がついたことを書いてみよう。

第２学年

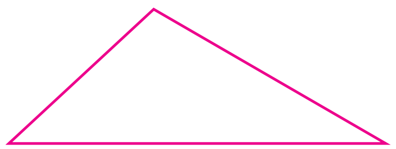
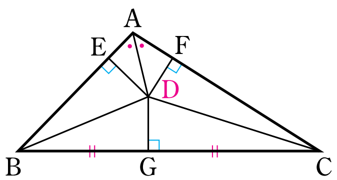
【課題７】 パラドックス「すべての三角形は二等辺三角形である？」

Ⅰ．指導のねらい　一見「偽」であるこの命題の証明に触れることで，生徒は「どこがおかしいんだろう？」と証明自体へ大きな興味・関心を抱く。本課題の解決の糸口を，実際に作図をしてみることにおき，机上の空論ではなく，活動をしてみることの大切さに気づかせたい。一方，組み立てられた証明のほとんどが成立し，最後の部分だけが成立しないことの驚きも感じさせたい。三角形の合同条件等を使った演繹的な証明に慣れてきたこの時期に，パラドックス（逆説）に挑戦させることは，一層，論理的な思考を養うことにつながる。

Ⅱ．実施時期　第２学年の「図形と合同」終了後，２時間扱い

Ⅲ．準備物　ワークシート，三角定規，コンパス

<学習活動>

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入（第１時） ○「すべての三角形は二等辺三角形である」という教師の提示に興味を抱く。 ・そんなのウソだ。 ・どうやって言うの？	・下の図を描き，いかにも当然といった口調で本命題を提示する。
課題「すべての三角形は二等辺三角形である？」 	
○何が言えれば二等辺三角形かを考える。 ・ＡＢ＝AC，　∠ＡＢＣ＝∠ＡＣＢ  	・本課題で結論づけたい AB＝AC に焦点を絞る。 ・捕助線の引き方①～④について，ひとつずつフリーハンドで確認する。 ≪補助線の引き方≫ ①　∠A の二等分線を引く。 ②　ＢＣの垂直二等分線を引く。 ③　①と②の交点をＤとする。 ④　Ｄから AB, AC に垂線をおろし，Ｅ，Ｆとする。
○教師の「補助線の引き方①～④」を聞く。 ○教師の「すべての三角形は二等辺三角形である」という以下の証明を聞く。	
(1)　△ＡＥＤと△ＡＦＤで， ＡＤ＝ＡＤ（共通）…………………………………① ∠ＥＡＤ＝∠ＦＡＤ（仮定）……………………② ∠ＡＥＤ＝∠ＡＦＤ＝90°（仮定）………………③ ①，②，③より直角三角形で， 「斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい」 よって，△ＡＥＤ≡△ＡＦＤ 合同な図形では，対応する辺の長さは等しい。 したがって，ＡＥ＝AF…………………………（ア）	・「１辺とその両端の角がそれぞれ等しい」の合同条件でもよいことを示す。
(2)　△DEBと△DFCで， ＢＤ＝ＣＤ　（ＤＧはＢＣの垂直二等分線）……① ＤＥ＝ＤＦ　（△ＡＥＤ≡△ＡＦＤ）……………② ∠ＤＥＢ＝∠ＤＦＣ＝90°…………………………③ ①，②，③より直角三角形で， 「斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい」 よって，△ＤＥＢ≡△ＤＦＣ 合同な図形では，対応する辺の長さは等しい。 したがって，ＥＢ＝ＦＣ…………………………（イ）	・△ＢＤＧと△ＣＤＧの合同を述べてから，ＢＤ＝ＣＤに言及してもよいことを示す。
(3)　（ア），（イ）より，ＡＥ+ＥＢ＝ＡＦ＋ＦＣ だから，ＡＢ＝ＡＣ よって，△ＡＢＣは二等辺三角形である。	・ワークシートを配る。
○ワークシートに教師から聞いた証明を思い出しながら書き，証明の問題点を考える。	・友達とも相談させる。
○ワークシートに気づきや感想を書く。	・気づいたことを次時に役立てる。
展開（第２時） ○この証明の問題点を発表する。 ・点Dが三角形の外に出ちゃうよ。 ・図がおかしかったんだ。 ○ワークシートで各自が作図をきちんとして，発表内容を理解する。	・「作図をきちんとすればわかるはずだよ」という声を取り上げる。 ・黒板でコンパス，定規を使ってきちんと作図させる。
発展　正しい図の中で，(1)，(2)，(3) の証明が成り立っていればいいんじゃないの？ ○ワークシートの証明を正しい図の中で確認する。 ・点Ｄが外に出ても (1)，(2) の証明は成り立つぞ。 ・(3) の結論 AB＝ＡＣにはならないぞ。 ・逆に，二等辺三角形なら，①，②は同じ線になるぞ。	・実際のABはＡＥ－ＥＢで，AE＋ＥＢではないところに問題が起きていることに気づかせる。

第２学年

【課題７】パラドックス「すべての三角形は二等辺三角形である？」

Ⅰ．指導のねらい　一見「偽」であるこの命題の証明に触れることで，生徒は「どこがおかしいんだろう？」と証明自体へ大きな興味・関心を抱く。本課題の解決の糸口を，実際に作図をしてみることにおき，机上の空論ではなく，活動をしてみることの大切さに気づかせたい。一方，組み立てられた証明のほとんどが成立し，最後の部分だけが成立しないことの驚きも感じさせたい。三角形の合同条件等を使った演繹的な証明に慣れてきたこの時期に，パラドックス（逆説）に挑戦させることは，一層，論理的な思考を養うことにつながる。

Ⅱ．実施時期　第２学年の「図形と合同」終了後，２時間扱い

Ⅲ．準備物　ワークシート，三角定規，コンパス

＜学習活動＞

<table>
<tr><th>学　習　活　動</th><th>観　察　と　支　援</th></tr>
<tr><td>

導入（第１時）

○「すべての三角形は二等辺三角形である」という教師の提示に興味を抱く。

・そんなのウソだ。

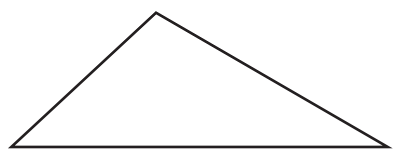
・どうやって言うの？

</td><td>

・下の図を描き，いかにも当然といった口調で本命題を提示する。

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

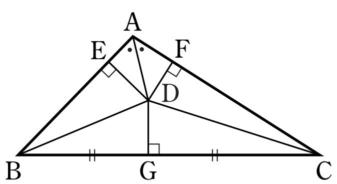
課題「すべての三角形は二等辺三角形である？」



</td></tr>
<tr><td>

○何が言えれば二等辺三角形かを考える。

・ＡＢ＝AC，　∠ＡＢＣ＝∠ＡＣＢ



○教師の「補助線の引き方①～④」を聞く。

○教師の「すべての三角形は二等辺三角形である」という以下の証明を聞く。

</td><td>

・本課題で結論づけたい AB＝AC に焦点を絞る。

・補助線の引き方①～④について，ひとつずつフリーハンドで確認する。

≪補助線の引き方≫

①　∠A の二等分線を引く。

②　ＢＣの垂直二等分線を引く。

③　①と②の交点をＤとする。

④　Ｄから AB, AC に垂線をおろし，Ｅ，Ｆとする。

</td></tr>
<tr><td>

(1)　△ＡＥＤと△ＡＦＤで，

ＡＤ＝ＡＤ（共通）　……………………………①

∠ＥＡＤ＝∠ＦＡＤ（仮定）　……………………②

∠ＡＥＤ＝∠ＡＦＤ＝90°（仮定）………………③

①，②，③より直角三角形で，

「斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい」

よって，△ＡＥＤ≡△ＡＦＤ

合同な図形では，対応する辺の長さは等しい。

したがって，ＡＥ＝AF………………………（ア）

</td><td>

・「１辺とその両端の角がそれぞれ等しい」の合同条件でもよいことを示す。

</td></tr>
<tr><td>

(2)　△DEBと△DFCで，

ＢＤ＝ＣＤ　（ＤＧはＢＣの垂直二等分線）……①

ＤＥ＝ＤＦ　（△ＡＥＤ≡△ＡＦＤ）……………②

∠ＤＥＢ＝∠ＤＦＣ＝90°………………………③

①，②，③より直角三角形で，

「斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい」

よって，△ＤＥＢ≡△ＤＦＣ

合同な図形では，対応する辺の長さは等しい。

したがって，ＥＢ＝ＦＣ………………………（イ）

</td><td>

・△ＢＤＧと△ＣＤＧの合同を述べてから，ＢＤ＝ＣＤに言及してもよいことを示す。

</td></tr>
<tr><td>

(3)　（ア），（イ）より，ＡE+ＥＢ＝ＡＦ＋ＦＣ

だから，ＡＢ＝ＡＣ

よって，△ＡＢＣは二等辺三角形である。

</td><td>

・ワークシートを配る。

</td></tr>
<tr><td>

○ワークシートに教師から聞いた証明を思い出しながら書き，証明の問題点を考える。

○ワークシートに気づきや感想を書く。

</td><td>

・友達とも相談させる。

・気づいたことを次時に役立てる。

</td></tr>
<tr><td>

展開（第２時）

○この証明の問題点を発表する。

・点Dが三角形の外に出ちゃうよ。

・図がおかしかったんだ。

○ワークシートで各自が作図をきちんとして，発表内容を理解する。

</td><td>

・「作図をきちんとすればわかるはずだよ」という声を取り上げる。

・黒板でコンパス，定規を使ってきちんと作図させる。

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

発展　正しい図の中で，(1)，(2)，(3) の証明が成り立っていればいいんじゃないの？

</td></tr>
<tr><td>

○ワークシートの証明を正しい図の中で確認する。

・点Ｄが外に出ても (1)，(2) の証明は成り立つぞ。

・(3) の結論 AB＝ＡＣにはならないぞ。

・逆に，二等辺三角形なら，①，②は同じ線になるぞ。

</td><td>

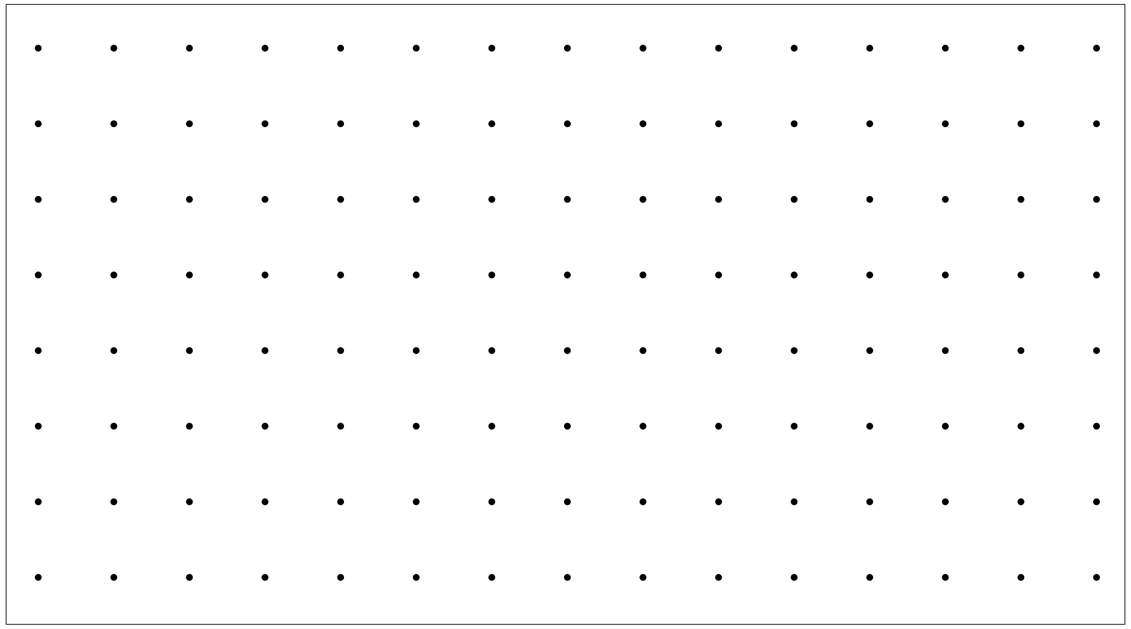
・実際のABはＡＥ－ＥＢで，AE＋ＥＢではないところに問題が起きていることに気づかせる。

</td></tr>
</table>

ワークシート　**【課題】正方形の１辺の長さを考えてみよう。**

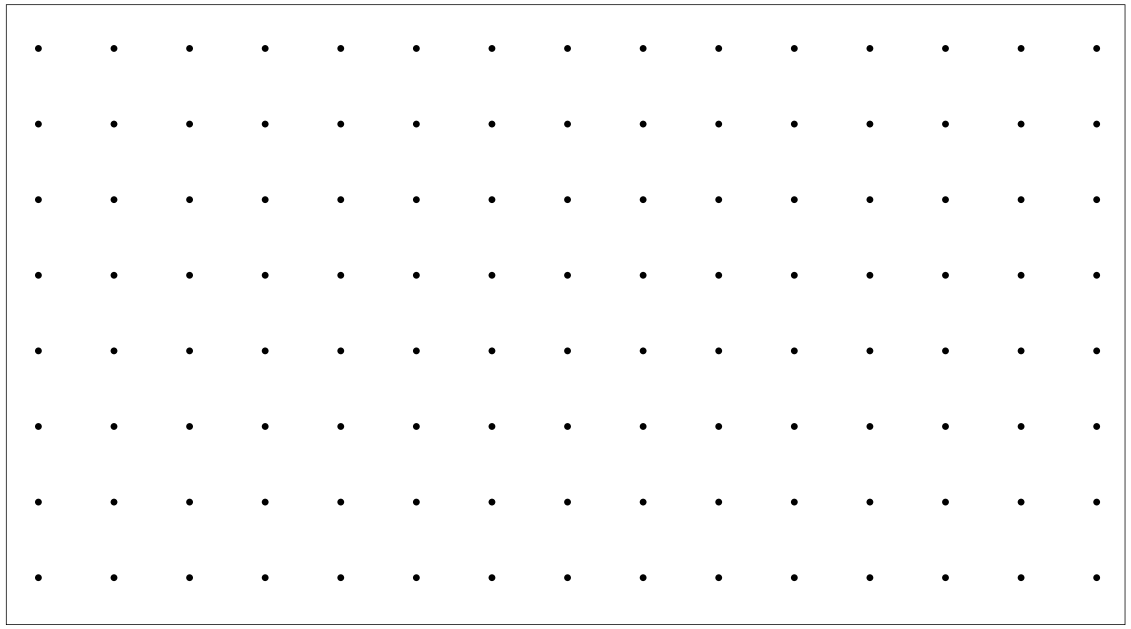
年　　組　　番　名前

１．点と点を結び，いろいろな面積の正方形を作ってみよう。（点と点の間は１㎝）

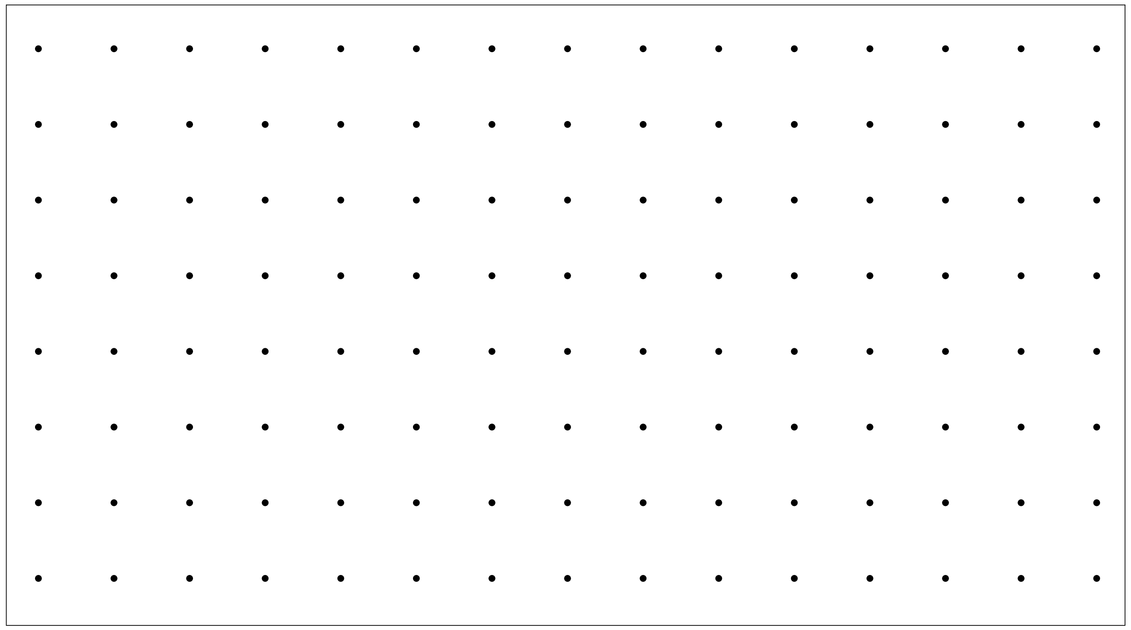


２．できた正方形の１辺の長さを求めよう。

３．正方形と正方形をつなぎ合わせてできた１辺で大正方形を作り，その大正方形の面積を求めよう。（点と点の間は１㎝）



４．その考え方を利用して，$\sqrt{1}+\sqrt{4}$，$\sqrt{2}+\sqrt{2}$，$\sqrt{2}+\sqrt{8}$ などのたし算を正方形を使って考えてみよう。



第３学年

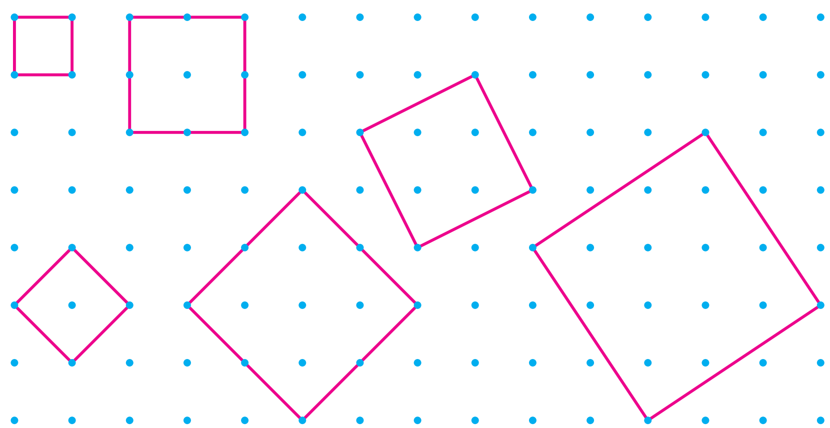
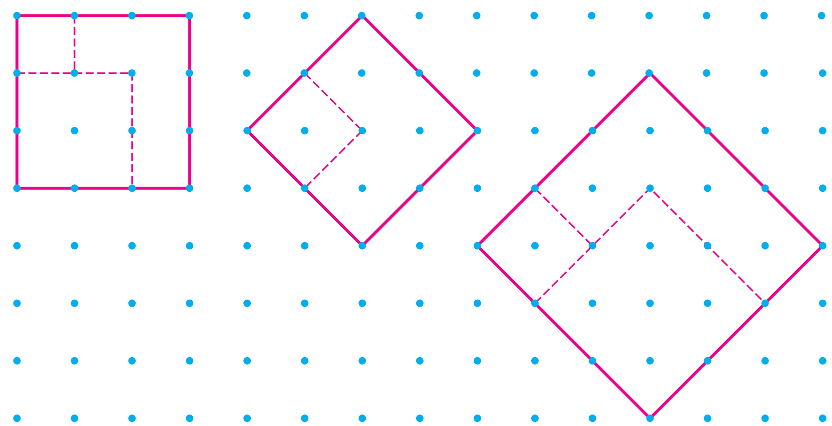
【課題８】 新しい数って，どんな数？

Ⅰ．指導のねらい　新しい数「平方根」は，なかなか量感がとらえにくい。そこで，正方形の面積から１辺の長さを求める問題に取り組ませ，数の量感をつかませる。次に，正方形と正方形をつなぎ合わせて大正方形を作り，その大正方形の面積→１辺の長さを考えることにより，平方根の和に取り組ませたい。

Ⅱ．実施時期　第３学年「平方根」の導入，１時間扱い

Ⅲ．準備物　ワークシート，定規

<学習活動>

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入	
ワークシートの点と点を結び，いろいろな面積の正方形を作ろう。点と点の間は１㎝とする。 	
○各自で考え，ワークシート にまとめる。 ○グループで取り組む。 ○発見した正方形を発表する。	・縦横に結ぶことは容易に考えつくが，斜めに結ぶことに気づくには少し時間がかかる。
展開 ○新しい数を発見する。	
できた正方形の１辺の長さを求めよう。	
○各自で考え，ワークシート にまとめる。 ○新しい数（＝平方根）について教師の説明を聞く。 ○平方根を使って，再度，正方形の１辺の長さを考える。	・今までの数では表すことができない長さがあることに気づかせる。 ・平方根も長さを表すことのできる普通の数だということを押さえる。
正方形と正方形をつなぎ合わせてできた１辺で大正方形を作り，その大正方形の面積を求めよう。（点と点の間は１㎝）	
○各自で考え，ワークシート にまとめる。 ○グループで取り組む。 ○発表する。	・先程考えた正方形を利用する。
大正方形の面積から，$\sqrt{1}+\sqrt{4}$，$\sqrt{2}+\sqrt{2}$，$\sqrt{2}+\sqrt{8}$ などの加法を考えてみよう。 	
○本時のまとめをする。	
発展	
たとえば，$\sqrt{2}+\sqrt{3}$ のように，どんな数でも大正方形を作って加法を考えられるのだろうか。 また，考えられない場合はどんな場合だろうか。	・理論上はどんな数でも大正方形を作ることができる。したがって，加法を考えることができる。 ・しかし，上記のような点と点を結ぶ方法では，$\sqrt{\ }$ の中の数が違っていたら作ることができない。

第３学年

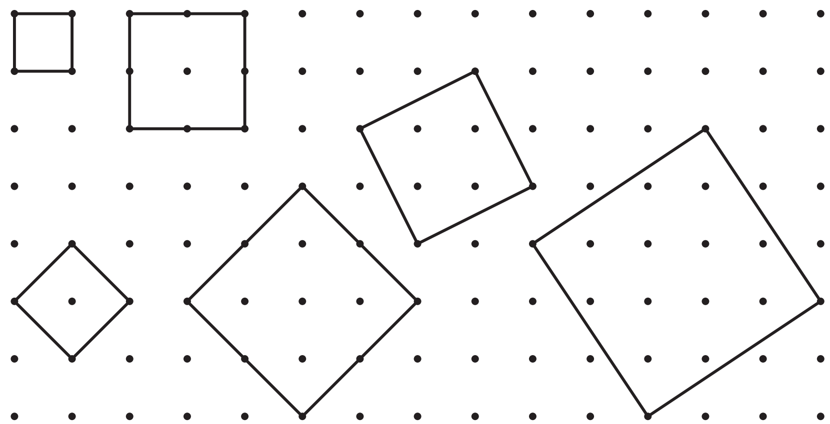
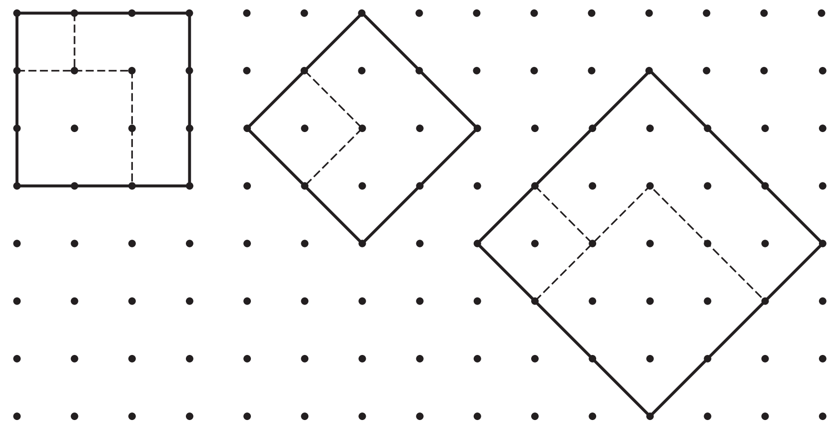
【課題８】 新しい数って，どんな数？

Ⅰ．指導のねらい　新しい数「平方根」は，なかなか量感がとらえにくい。そこで，正方形の面積から１辺の長さを求める問題に取り組ませ，数の量感をつかませる。次に，正方形と正方形をつなぎ合わせて大正方形を作り，その大正方形の面積→１辺の長さを考えることにより，平方根の和に取り組ませたい。

Ⅱ．実施時期　第３学年「平方根」の導入，１時間扱い

Ⅲ．準備物　ワークシート，定規

＜学習活動＞

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入	
ワークシートの点と点を結び，いろいろな面積の正方形を作ろう。点と点の間は１㎝とする。 	
○各自で考え，$\boxed{\text{ワークシート}}$ にまとめる。 ○グループで取り組む。 ○発見した正方形を発表する。	• 縦横に結ぶことは容易に考えつくが，斜めに結ぶことに気づくには少し時間がかかる。
展開	
○新しい数を発見する。 できた正方形の１辺の長さを求めよう。	
○各自で考え，$\boxed{\text{ワークシート}}$ にまとめる。 ○新しい数（＝平方根）について教師の説明を聞く。 ○平方根を使って，再度，正方形の１辺の長さを考える。	• 今までの数では表すことができない長さがあることに気づかせる。 • 平方根も長さを表すことのできる普通の数だということを押さえる。
正方形と正方形をつなぎ合わせてできた１辺で大正方形を作り，その大正方形の面積を求めよう。（点と点の間は１㎝）	
○各自で考え，$\boxed{\text{ワークシート}}$ にまとめる。 ○グループで取り組む。 ○発表する。	• 先程考えた正方形を利用する。
大正方形の面積から，$\sqrt{1}+\sqrt{4}$，$\sqrt{2}+\sqrt{2}$，$\sqrt{2}+\sqrt{8}$ などの加法を考えてみよう。 	
○本時のまとめをする。	
発展	
たとえば，$\sqrt{2}+\sqrt{3}$ のように，どんな数でも大正方形を作って加法を考えられるのだろうか。 また，考えられない場合はどんな場合だろうか。	• 理論上はどんな数でも大正方形を作ることができる。したがって，加法を考えることができる。 • しかし，上記のような点と点を結ぶ方法では，$\sqrt{\ }$の中の数が違っていたら作ることができない。

ワークシート１　【課題】 Four　Fours に挑戦しよう。

年　　組　　番　名前

〈例〉　□の中にあてはまる＋，－，×，÷を書き入れなさい。

①　4 □4 □4 □4 ＝ 0

②　$\dfrac{4\ \square\ 4\ \square\ 4}{4} = 5$

４つの４と，＋，－，×, ÷(分数の形で), (　) を使って，0～10の数をつくってみよう。

0	1	2
3	4	5
6	7	8
9	10	

メモ

ワークシート２　【課題】 Four　Fours に挑戦しよう。

４つの４（44も使ってよい）と，＋，－，×，÷（分数の形で），（　　）と，$\sqrt{\ }$，$\dot{}$（循環小数），．(小数点)，！(階乗)を使って，11～40の数をつくってみよう。

ただし．！(階乗)とは，

1！＝1　　2！＝2×1　　3！＝3×2×1

4！＝4×3×2×1 である。

〈復習〉

① $\sqrt{4}$ ＝

② .4 ＝　　　(小数で表すと)

＝　　　(分数で表すと)

③ $\dot{4}$ ＝　　　(小数で表すと)

＝　　　(分数で表すと)

④ 4！ ＝

11	12	13
14	15	16
17	18	19
20	21	22
23	24	25
26	27	28
29	30	31
32	33	34
35	36	37
38	39	40

＊41以上になる式についても調べよう。

第３学年

【課題９】Four　Fours に挑戦しよう。 Part 2

Ⅰ．指導のねらい　小・中学校で学習した数の計算表記・方法を活用させる。また，たくさんの計算式の中から，条件に合う計算式を見つけだす過程を通して，数学の楽しさや成就感を味わわせ，数学的な課題を積極的に解決していこうとする態度を育てる。

Ⅱ．実施時期　第３学年「平方根」の指導後，２時間扱い

Ⅲ．準備物　計算用紙(白紙)，ワークシート１，２

＜学習活動＞

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入（第１時） 「４つの４」と四則を使った式を考えよう。 ＜例＞ □の中にあてはまる＋，－，×，÷を書き入れなさい。 ①　4□ 4□ 4□ 4 ＝ 0 ②　$\frac{4\square 4\square 4}{4}=5$ ○練習を各自で考え，発表する。 ○計算結果が偶然異なる数になる式より，この課題の意図に見通しをもつことができる。 「４つの４」と四則を使って，計算結果が０～10になる式をつくってみよう。 ○見つけた式を発表する。 ○計算結果が10になる式がつくれない。	・計算用紙，ワークシート１を配付する。 ・全員がルールを理解するために〈例〉をさせる。 ・わり算は分数の形で書くことを確認する。 ・＋，－，×，分数の形(÷)，（　）の位置を変えてできる式については，深追いしない。 ・計算結果が同じになる式が複数存在するので，見つけた式はすべて発表する。 ・式をつくる見通しがもてない生徒には，他の生徒が見つけた式を参考にさせる。 ・計算結果が同じになる式の個数は，それぞれの数によって違う。 ・すべての場合について調べ上げるのではなく，０から10までの数をつくることに主眼をおき，次の課題へとつなげる。
展開 「４」の使い方を工夫して「10」になる式を探そう。 ○ルートを使う。 ○「44」で使う。 $\frac{44-4}{4}=10$ （第２時） ４つの４と，＋，－，×，÷(分数の形で)，（　），√，・(循環小数)，．(小数点)，！(階乗）を使って，11～40の数をつくってみよう。 ！（階乗）とは， 1！＝1 2！＝2×1 3！＝3×2×1 4！＝4×3×2×1　である。 ＜復習＞ ①　$\sqrt{4}=2$ ②　$.4=0.4$　（小数で表すと） $=\frac{4}{10}$　（分数で表すと） ③　$\dot{4}=0.444\cdots$　（小数で表すと） $=\frac{4}{9}$　（分数で表すと） ④　4！＝4×3×2×1 ○見つけた式を発表する。 ○容易に見つけられない式について取り上げる。 ○工夫された式や自分と違う式を知り，それぞれのよさを認め合う。$\frac{4!}{\sqrt{4}}=12$　など ○見つけられなかった式については，家庭学習とする。または，夏休み等の宿題としてもよい。 ○見つけられた式については次時に発表する。	・ヒント：「〈例〉の4の並び方と似ている式」 ・循環小数$\dot{4}$が$\frac{4}{9}$より，分母に４を使うと，扱う数の範囲が広がる。 ・小数0.4が$\frac{2}{5}$より，分母に0.4を使うと，扱う数の範囲が広がる。 ・指数の形を考えることができるが，特に扱う数の範囲が広がらないので，扱わないことにする。 ワークシート２を配付する。 ・！(階乗)の計算方法について紹介する。 〈注〉中学校では未習であることを押さえる。 ・.4＝0.4 は，ここでの演算記号扱いとすることを押さえておく。 ・容易に見つけられる式と，そうでない式があるので，指導に留意する。 ・全員の活動がバラバラになりすぎないよう，考える範囲を11～20，21～30のように区切るとよい。 ・「11」などの見つけにくい数については，ヒントになる４の使い方を例示する。 ・「16」「24」の前後は，比較的簡単に見つけられるので，クラス全体で確認しながら見つけることができる。〈復習〉を使わない答えも認めてやる。 〈例〉16 の場合， 4＋4＋4＋4，4×4＋4－4 4×4×4÷4，（4＋4－4）×4 ・４の組み合わせ方で特徴のあるものは，メモとして残し，活用する見通しをもたせる。
発展（第３時） ○41以上になる式についても調べてみよう。	・興味・関心のある生徒には，41以上になる式についても見つけさせたい。 ・見つけた式を掲示物等で一覧にするとよい。

第３学年

【課題９】Four　Fours に挑戦しよう。 Part 2

Ⅰ．指導のねらい　小・中学校で学習した数の計算表記・方法を活用させる。また，たくさんの計算式の中から，条件に合う計算式を見つけだす過程を通して，数学の楽しさや成就感を味わわせ，数学的な課題を積極的に解決していこうとする態度を育てる。

Ⅱ．実施時期　第３学年「平方根」の指導後，２時間扱い

Ⅲ．準備物　計算用紙(白紙)，ワークシート１，２

＜学習活動＞

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入（第１時） 「４つの４」と四則を使った式を考えよう。 ＜例＞ □の中にあてはまる＋，－，×，÷を書き入れなさい。 ①　4□ 4□ 4□ 4＝0 ②　$\frac{4□4□4}{4}=5$ ○練習を各自で考え，発表する。 ○計算結果が偶然異なる数になる式より，この課題の意図に見通しをもつことができる。 「４つの４」と四則を使って，計算結果が０～10になる式をつくってみよう。 ○見つけた式を発表する。 ○計算結果が10になる式がつくれない。	• 計算用紙，ワークシート１ を配付する。 • 全員がルールを理解するために〈例〉をさせる。 • わり算は分数の形で書くことを確認する。 • ＋，－，×，分数の形(÷)，(　) の位置を変えてできる式については，深追いしない。 • 計算結果が同じになる式が複数存在するので，見つけた式はすべて発表する。 • 式をつくる見通しがもてない生徒には，他の生徒が見つけた式を参考にさせる。 • 計算結果が同じになる式の個数は，それぞれの数によって違う。 • すべての場合について調べ上げるのではなく，０から10までの数をつくることに主眼をおき，次の課題へとつなげる。
展開 「４」の使い方を工夫して「10」になる式を探そう。 ○ルートを使う。 ○「44」で使う。 $\frac{44-4}{4}=10$ （第２時） ４つの４と，＋，－，×，÷(分数の形で)，(　)，$\sqrt{\ }$，$\dot{}$(循環小数)，．(小数点)，！(階乗）を使って，11～40の数をつくってみよう。 ！（階乗）とは， １！＝１ ２！＝２×１ ３！＝３×２×１ ４！＝４×３×２×１ である。 ＜復習＞ ①　$\sqrt{4}=2$ ②　.4　＝0.4　（小数で表すと） 　　$=\frac{4}{10}$　（分数で表すと） ③　$\dot{4}$　＝0.444…　（小数で表すと） 　　$=\frac{4}{9}$　（分数で表すと） ④　４！＝４×３×２×１ ○見つけた式を発表する。 ○容易に見つけられない式について取り上げる。 ○工夫された式や自分と違う式を知り，それぞれのよさを認め合う。$\frac{4!}{\sqrt{4}}=12$ など ○見つけられなかった式については，家庭学習とする。または，夏休み等の宿題としてもよい。 ○見つけられた式については次時に発表する。	• ヒント：「〈例〉の4の並び方と似ている式」 • 循環小数$\dot{4}$が $\frac{4}{9}$ より，分母に４を使うと，扱う数の範囲が広がる。 • 小数0.4 が$\frac{2}{5}$より，分母に0.4を使うと，扱う数の範囲が広がる。 • 指数の形を考えることができるが，特に扱う数の範囲が広がらないので，扱わないことにする。 ワークシート２ を配付する。 • ！(階乗)の計算方法について紹介する。 〈注〉中学校では未習であることを押さえる。 • .4 ＝0.4 は，ここでの演算記号扱いとすることを押さえておく。 • 容易に見つけられる式と，そうでない式があるので，指導に留意する。 • 全員の活動がバラバラになりすぎないよう，考える範囲を11～20，21～30のように区切るとよい。 •「11」などの見つけにくい数については，ヒントになる４の使い方を例示する。 •「16」「24」の前後は，比較的簡単に見つけられるので，クラス全体で確認しながら見つけることができる。〈復習〉を使わない答えも認めてやる。 〈例〉16 の場合， ４＋４＋４＋４，４×４＋４－４ ４×４×４÷４，（４＋４－４）×４ • ４の組み合わせ方で特徴のあるものは，メモとして残し，活用する見通しをもたせる。
発展（第３時） ○41以上になる式についても調べてみよう。	• 興味・関心のある生徒には，41以上になる式についても見つけさせたい。 • 見つけた式を掲示物等で一覧にするとよい。

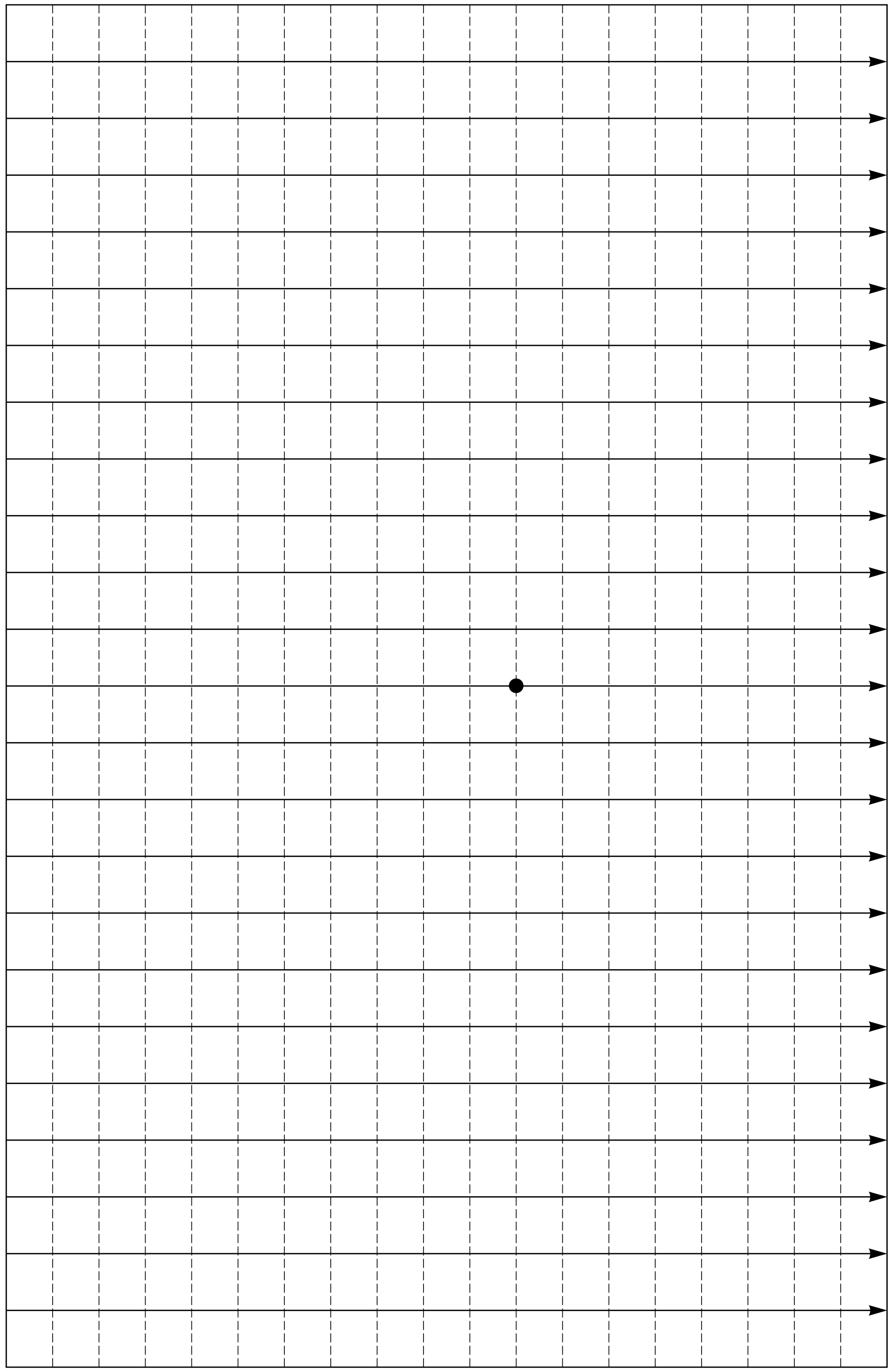
ワークシート1 **【課題】BSアンテナの秘密を探ろう。**

年　組　番　名前

BSアンテナの断面の形の秘密を探ろう。

☆BSアンテナの断面は（　　　　　　　　　　　　）になりそうだ。

＊矢印は電波を表しています。矢印の先端を焦点に集めよう！



ワークシート2 **【課題】BSアンテナの秘密を探ろう。**

年　　組　　番　名前

BSアンテナの断面の形は放物線なのか調べよう。

1. ワークシート1 に x 軸，y 軸をかき込んで調べよう。

【自分の考え】

【友達の考え】

BSアンテナは　　　　　　　　　　　を　　　　　　　　　　　ものである。

2. BSアンテナの他に，身の回りには放物線が利用されているものはないか考えよう。

第３学年

【課題10】 ＢＳアンテナの秘密を探ろう。

Ⅰ．指導のねらい　関数に対する考え方を深め，広げさせるとともに，関数的な見方・考え方のよさをとらえさせるために，身の回りの事象（ＢＳアンテナ）から問題を見つけさせ，実生活の中に放物線が活用されていることに気づかせる。そして解決にあたって，関数$y=ax^2$ の特徴（変化のしかた，放物線の特徴）を活用させることをねらいとする。

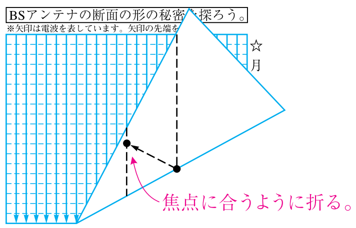
Ⅱ．実施時期　第３学年「関数」の指導後，２時間扱い

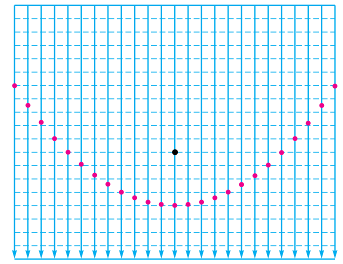
Ⅲ．準備物　縦線の入った紙（生徒用：ワークシート１，掲示用），ワークシート２，ＢＳアンテナ（の写真），コンパス，定規，三角定規

<学習活動>

学　習　活　動	観　察　と　支　援
（第１時） ○ＢＳアンテナ について知っていることを発表する。 ・衛星放送のアンテナ ・できるだけたくさんの電波をキャッチするためにおわん型をしている。 平行に進んできた電波を反射させて，１点（焦点）に集めるという，ＢＳアンテナ断面の形の秘密を探ろう。	・ＢＳアンテナ（の写真）を提示し，軸に対して平行に進んできた電波を反射させて，軸上の１点（焦点）に集めているという仕組みについて実物（または写真）を使って説明する。 ・「電波の進む速さは一定」「焦点に集めるのは同時刻に発せられた電波」ということを確認する。 ・ ワークシート１ を配付し，ＢＳ アンテナの断面を見つけることを知らせる。 ・軸から離れている電波の反射面（点）の見つけ方について説明する。

【見つけ方】
紙を折って，電波を反射させる位置を見つける。
（電波の先端を焦点に合わせるように折る）



学　習　活　動	観　察　と　支　援
○どうしてその折り方でいいのか考える。 ・電波の先端を焦点に合わせるように折れば，結果的に折り目から， 電波の先端までの距離と，焦点までの距離が同じになる。 ・折り目が反射面になっている。（入射角，反射角から）	・どうしてその方法でいいのか考えさせる。 ・折り目が，焦点と，電波の先端との垂直二等分線になっていることを確認する。
○ ワークシート１ を折って，反射面（点）を見つける。 ○ＢＳアンテナの断面はどんな形になりそうか発表する。 ・放物線 紙で見つけたＢＳアンテナの断面の形は，本当に放物線なのか調べよう。	・ ワークシート１ を折らせ，ＢＳアンテナの断面の形を予測させる。 
（第２時） ○個人追究をする。 ・実際に長さを測って調べる。（目盛りを利用して調べる） ・放物線の形の特徴に着目する。 ・$y=ax^2$の式に着目する。 ・変化の割合に着目する。	・ ワークシート２ を配付する。 ・関数 $y=ax^2$ の変化のしかた，グラフの特徴などを思い出させ，問題の解決に取り組ませる。 ・ ワークシート１ にx 軸，y 軸をかき込ませて考えさせる。
○どうして放物線といえるのか，その理由を発表する。 ・軸で半分に折ると線対称になっている。 ・変化の割合が一定でないから。 ・長さを測り（目盛りを利用し），表を作って変化のしかたを確かめた。横が２倍，３倍，……になると，縦は４（2^2）倍，９（3^2）倍，……になっているから。 ・$y=ax^2$として， グラフ上の １点を代入し $a=\frac{1}{16}$ を求めた。すると他の点も $y=\frac{1}{16}x^2$ にあてはまっていたから。	・「軸で半分に折ると線対称」と「変化の割合が一定でない」については，これだけでは十分ではないことを押さえる。
○ＢＳアンテナの他に，身の回りには放物線が利用されているものはないか考える。 ・懐中電灯（サーチライト） ・集音用のマイク ・オリンピックの採火	・ＢＳアンテナは，放物線を回転させてできた形であることを押さえる。 ・自分の身の回りに目を向けさせる。 ・回転放物面には，平行に進んできた光や電波を反射させて一点に集める性質やその逆の性質があることを押さえる。

第３学年

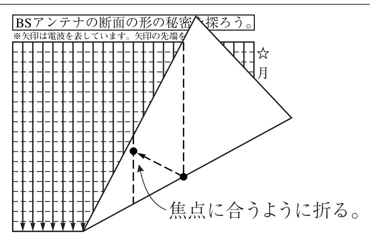
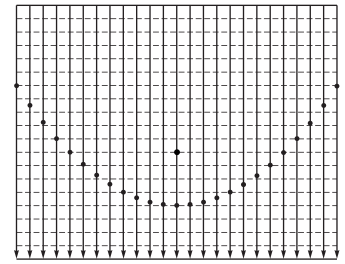
【課題10】 ＢＳアンテナの秘密を探ろう。

Ⅰ．指導のねらい　　関数に対する考え方を深め，広げさせるとともに，関数的な見方・考え方のよさをとらえさせるために，身の回りの事象(ＢＳアンテナ)から問題を見つけさせ，実生活の中に放物線が活用されていることに気づかせる。そして解決にあたって，関数$y=ax^2$ の特徴（変化のしかた，放物線の特徴）を活用させることをねらいとする。

Ⅱ．実施時期　　第３学年「関数」の指導後，２時間扱い

Ⅲ．準備物　　縦線の入った紙(生徒用：ワークシート１，掲示用)，ワークシート２，ＢＳアンテナ(の写真)，コンパス，定規，三角定規

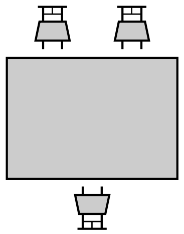
<学習活動>

学　習　活　動	観　察　と　支　援
（第１時） ○ＢＳアンテナ について知っていることを発表する。 ・衛星放送のアンテナ ・できるだけたくさんの電波をキャッチするためにおわん型をしている。 平行に進んできた電波を反射させて，１点（焦点）に集めるという，ＢＳアンテナ断面の形の秘密を探ろう。	・ＢＳアンテナ(の写真)を提示し，軸に対して平行に進んできた電波を反射させて，軸上の１点(焦点)に集めているという仕組みについて実物(または写真)を使って説明する。 ・「電波の進む速さは一定」「焦点に集めるのは同時刻に発せられた電波」ということを確認する。 ・ワークシート１ を配付し，ＢＳ アンテナの断面を見つけることを知らせる。 ・軸から離れている電波の反射面(点)の見つけ方について説明する。
【見つけ方】 紙を折って，電波を反射させる位置を見つける。 (電波の先端を焦点に合わせるように折る)	
○どうしてその折り方でいいのか考える。 ・電波の先端を焦点に合わせるように折れば，結果的に折り目から， 電波の先端までの距離と，焦点までの距離が同じになる。 ・折り目が反射面になっている。（入射角，反射角から）	・どうしてその方法でいいのか考えさせる。 ・折り目が，焦点と，電波の先端との垂直二等分線になっていることを確認する。
○ ワークシート１ を折って，反射面（点）を見つける。 ○ＢＳアンテナの断面はどんな形になりそうか発表する。 ・放物線 紙で見つけたＢＳアンテナの断面の形は，本当に放物線なのか調べよう。	・ ワークシート１ を折らせ，ＢＳアンテナの断面の形を予測させる。 
（第２時） ○個人追究をする。 ・実際に長さを測って調べる。（目盛りを利用して調べる） ・放物線の形の特徴に着目する。 ・$y=ax^2$の式に着目する。 ・変化の割合に着目する。	・ ワークシート２ を配付する。 ・関数 $y=ax^2$ の変化のしかた，グラフの特徴などを思い出させ，問題の解決に取り組ませる。 ・ ワークシート１ にx 軸，y 軸をかき込ませて考えさせる。
○どうして放物線といえるのか，その理由を発表する。 ・軸で半分に折ると線対称になっている。 ・変化の割合が一定でないから。 ・長さを測り(目盛りを利用し)，表を作って変化のしかたを確かめた。横が２倍，３倍，……になると，縦は４（2^2）倍，９（3^2)倍，……になっているから。 ・$y=ax^2$として， グラフ上の １点を代入し $a=\frac{1}{16}$ を求めた。すると他の点も $y=\frac{1}{16}x^2$ にあてはまっていたから。	・「軸で半分に折ると線対称」と「変化の割合が一定でない」については，これだけでは十分ではないことを押さえる。
○ＢＳアンテナの他に，身の回りには放物線が利用されているものはないか考える。 ・懐中電灯（サーチライト） ・集音用のマイク ・オリンピックの採火	・ＢＳアンテナは，放物線を回転させてできた形であることを押さえる。 ・自分の身の回りに目を向けさせる。 ・回転放物面には，平行に進んできた光や電波を反射させて一点に集める性質やその逆の性質があることを押さえる。

ワークシート　【課題】 あの子の隣に座れるでしょうか。

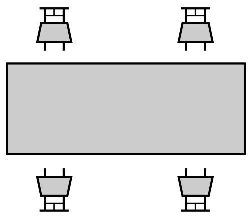
年　　組　　番　名前

哲司と秀樹と雅子の３人がパーティに招かれた。
カップルで訪れた秀樹と雅子は隣に座ろうと思ったが，店員さんは席順について配慮してくれないらしい。
図のように席が決まっているとき，秀樹と雅子が隣に座れる確率はいくらでしょうか。



1．実際に座る座り方を考えながら確率を求めてみましょう。

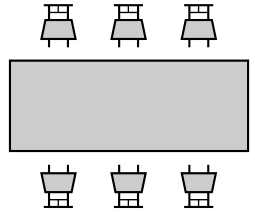
2．もう一人愛子が増えて，右の図のように座るとき，秀樹と雅子が隣に座れる確率を求めなさい。



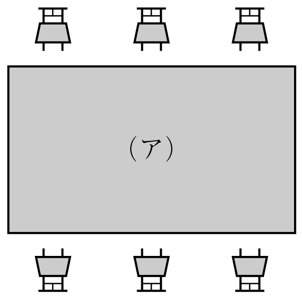
(1)　３人の場合と比べて，どちらが確率が高いかを考えてみよう。

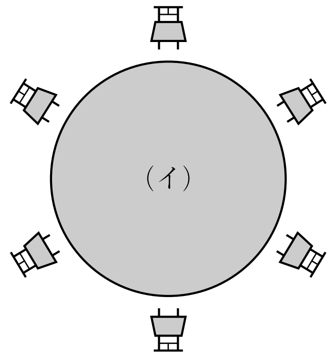
(2) 自分の好きなやり方で求めてみましょう。

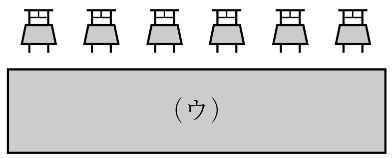
3．パーティの参加者が６人のとき，秀樹と雅子が隣に座れる確率を求めましょう。

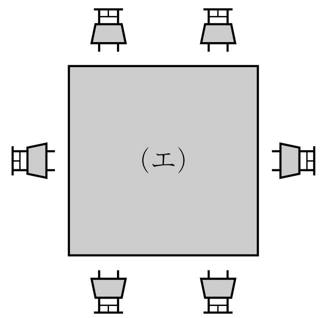


4．パーティの参加者が６人のとき，秀樹と雅子が隣に座れる確率の高い座り方を考えましょう。









第３学年

【課題11】 あの子の隣に座れるでしょうか。

Ⅰ．指導のねらい　人の並び順はいろいろな場面で気になるものである。そこで，ただ並ぶだけでなく，２人が隣に並ぶ場合について考えることにより，既習の知識を生かして取り組ませることができるのである。また，６人の場合，いろいろな座り方にまで発展して考えさせることにより，確率のおもしろさや，計算で確率が求められる数学の簡潔さを学ばせたい。

Ⅱ．実施時期　第３学年「確率」の指導後，約２時間扱い

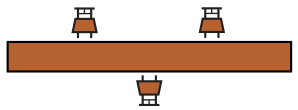
Ⅲ．準備物　ワークシート

<学習活動>

学　習　活　動	観　察　と　支　援

導入（第１時）

> 哲司と秀樹と雅子の３人がパーティに招かれた。
> カップルで訪れた秀樹と雅子は隣に座ろうと思ったが，店員さんは席順について配慮してくれないらしい。
> 図のように席が決まっているとき，秀樹と雅子が隣に座れる確率はいくらでしょう。



学習活動

○具体的な例を考える。
○できた場合の例を黒板で発表する。
○場合分けをしてまとめる

①　②　③
哲司 ── 秀樹 ── 雅子
　　 └ 雅子 ── 秀樹
秀樹 ── 雅子 ── 哲司○
　　 └ 哲司 ── 雅子
雅子 ── 哲司 ── 秀樹
　　 └ 秀樹 ── 哲司○

６通りのうち２通りだから $\frac{1}{3}$

観察と支援

- 上の図だけ黒板に提示する。
- 生徒から出ない場合は右のように番号をつけて取り組むように指示する。

①　②

③

- ワークシート を配り，自分なりにまとめさせる。（わかったことも書き込ませる）
- 秀樹と雅子が①，②の場所にいればよいのだから，②，①の場所に入れ替わってもよいので，２通り考えられることを押さえる。（別解として紹介してもよい）

展開

> もう一人愛子が増えて，右の図のように座るとき，秀樹と雅子が隣に座れる確率を求めましょう。

①　②

③　④

学習活動

○３人の場合と比べてどちらが確率が高いかを予想し，ワークシート に書き込む。
○自分の好きなやり方で求めて発表する。
- 樹形図を使った求め方
- 計算で出す求め方

　２人が隣に座るのは２×２×２×１
　すべての座り方は４×３×２×１
　確率は $\frac{1}{3}$ になる

○３人のときと同じだ。

観察と支援

- 図の丸数字は必要に応じて書き込む。
- 挙手をさせ，予想を聞いていく。
- 樹形図で取り組む生徒への支援
　２人が①，②に座るときの樹形図から全体を考えさせていく。
- 計算で取り組む生徒への支援
　秀樹と雅子を入れ替えるので２通りで，２人がペアで座れる場所は①②，③④の２カ所で，残りの人は2×１通りの座り方があることを押さえる。

（第２時）

> パーティの参加者が６人のとき，秀樹と雅子が隣に座れる確率を求めましょう。

学習活動

○自分の好きなやり方で求めて発表する。
- 樹形図を使った求め方
- 計算で出す求め方

　２人が隣に座るのは，
　　2×4×4×3×2×1
　すべての座り方は，
　　6×5×4×3×2×1
　確率は $\frac{4}{15}$ になる。

観察と支援

- 樹形図で取り組む生徒への支援や，計算で取り組む生徒への支援は４人のときと同じように行っていく。
- 樹形図で取り組んでいる生徒と，計算で取り組んでいる生徒の考えを結びつけるような説明が生徒から出なかった場合，教師が補足しておく。

発展

> パーティの参加者が６人のとき，秀樹と雅子が隣に座れる確率の最も高い座り方を考えてみましょう。

学習活動

○ ワークシート の中にある座り方について最も高い確率を考え，発表する。

（イ）　$\frac{2\times6\times4\times3\times2\times1}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=\frac{2}{5}$

（ウ）　$\frac{2\times5\times4\times3\times2\times1}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=\frac{1}{3}$

（エ）　$\frac{2\times2\times4\times3\times2\times1}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=\frac{2}{15}$

○丸テーブルに座るのが一番確率が高い。

観察と支援

- 樹形図で取り組む生徒への支援
　１つの事象から全体の確率を考えていくような指導をしていく。
- 計算で取り組む生徒への支援〔例〕
　秀樹と雅子を入れ替えるので２通り考えられ，２人がペアで座れる場所は何カ所あるかを数え，その後で残りの人の座り方を考えていくような支援をしていく。
- 最終的に計算による出し方でまとめさせたい。

- 課題学習としてのポイントは，生徒が「あれっ」と不思議に思い，「自分たちなりに美しい求め方」を発見していくことが理想である。相談したり発表し合う中で，数学の簡潔さに気づいたり，日常生活との結びつきを考えながら問題を解いていってほしい。

第３学年

【課題11】 あの子の隣に座れるでしょうか。

Ⅰ．指導のねらい　人の並び順はいろいろな場面で気になるものである。そこで，ただ並ぶだけでなく， 2人が隣に並ぶ場合について考えることにより，既習の知識を生かして取り組ませることができるのである。また，６人の場合，いろいろな座り方にまで発展して考えさせることにより，確率のおもしろさや，計算で確率が求められる数学の簡潔さを学ばせたい。

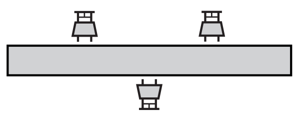
Ⅱ．実施時期　第３学年「確率」の指導後，約２時間扱い

Ⅲ．準備物　ワークシート

＜学習活動＞

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入（第1時）	

哲司と秀樹と雅子の３人がパーティに招かれた。
カップルで訪れた秀樹と雅子は隣に座ろうと思ったが，店員さんは席順について配慮してくれないらしい。
図のように席が決まっているとき，秀樹と雅子が隣に座れる確率はいくらでしょう。



学習活動

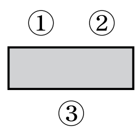
○具体的な例を考える。
○できた場合の例を黒板で発表する。
○場合分けをしてまとめる

①	②	③
哲司	秀樹	雅子
	雅子	秀樹
秀樹	雅子	哲司○
	哲司	雅子
雅子	哲司	秀樹
	秀樹	哲司○

６通りのうち２通りだから$\frac{1}{3}$

観察と支援

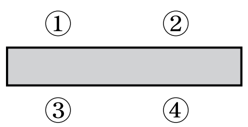
• 上の図だけ黒板に提示する。
• 生徒から出ない場合は右のように番号をつけて取り組むように指示する。



• ワークシート を配り，自分なりにまとめさせる。（わかったことも書き込ませる）
• 秀樹と雅子が①，②の場所にいればよいのだから，②，①の場所に入れ替わってもよいので，２通り考えられることを押さえる。（別解として紹介してもよい）

展開

もう一人愛子が増えて，右の図のように座るとき，秀樹と雅子が隣に座れる確率を求めましょう。



学習活動

○３人の場合と比べてどちらが確率が高いかを予想し，ワークシート に書き込む。
○自分の好きなやり方で求めて発表する。
• 樹形図を使った求め方
• 計算で出す求め方
　２人が隣に座るのは２×２×２×１
　すべての座り方は４×３×２×１
　確率は $\frac{1}{3}$ になる
○３人のときと同じだ。

観察と支援

• 図の丸数字は必要に応じて書き込む。
• 挙手をさせ，予想を聞いていく。
• 樹形図で取り組む生徒への支援
　２人が①，②に座るときの樹形図から全体を考えさせていく。
• 計算で取り組む生徒への支援
　秀樹と雅子を入れ替えるので２通りで，２人がペアで座れる場所は①②，③④の２カ所で，残りの人は2×１通りの座り方があることを押さえる。

（第２時）

パーテイの参加者が６人のとき，秀樹と雅子が隣に座れる確率を求めましょう。

学習活動

○自分の好きなやり方で求めて発表する。
• 樹形図を使った求め方
• 計算で出す求め方
　２人が隣に座るのは，
　　2×4×4×3×2×1
　すべての座り方は，
　　6×5×4×3×2×1
　確率は $\frac{4}{15}$ になる。

観察と支援

• 樹形図で取り組む生徒への支援や，計算で取り組む生徒への支援は４人のときと同じように行っていく。
• 樹形図で取り組んでいる生徒と，計算で取り組んでいる生徒の考えを結びつけるような説明が生徒から出なかった場合，教師が補足しておく。

発展

パーテイの参加者が６人のとき，秀樹と雅子が隣に座れる確率の最も高い座り方を考えてみましょう。

学習活動

○ ワークシート の中にある座り方について最も高い確率を考え，発表する。

(ｲ)　$\frac{2\times6\times4\times3\times2\times1}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=\frac{2}{5}$

(ｳ)　$\frac{2\times5\times4\times3\times2\times1}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=\frac{1}{3}$

(ｴ)　$\frac{2\times2\times4\times3\times2\times1}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=\frac{2}{15}$

○丸テーブルに座るのが一番確率が高い。

観察と支援

• 樹形図で取り組む生徒への支援
　１つの事象から全体の確率を考えていくような指導をしていく。
• 計算で取り組む生徒への支援〔例〕
　秀樹と雅子を入れ替えるので２通り考えられ，２人がペアで座れる場所は何カ所あるかを数え，その後で残りの人の座り方を考えていくような支援をしていく。
• 最終的に計算による出し方でまとめさせたい。

• 課題学習としてのポイントは，生徒が「あれっ」と不思議に思い，「自分たちなりに美しい求め方」を発見していくことが理想である。相談したり発表し合う中で，数学の簡潔さに気づいたり，日常生活との結びつきを考えながら問題を解いていってほしい。

ワークシート　【課題】富士山が見える？

年　　組　　番　名前

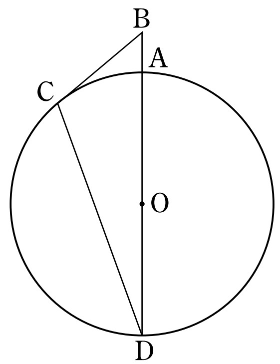
1．海岸線に立って水平線を見ると，
どのくらい先まで見えるだろう。

見える範囲 BC＝x km，

地球の半径 OA＝r km，

見る目の高さ AB＝h km

として，BC の距離を考えてみよう。



ポイント

BC は［　　　　］である。

(1) ∠［　　　　］＝［　　　］° だから，

x＝

(2) ∠［　　　　］＝∠［　　　　］，∠［　　　　］＝∠［　　　　］だから，

x＝

＊電卓を使って計算しよう。

h＝　　　m＝　　　　km，　r＝　　　　km

x＝

2．いろいろな所から見える範囲を調べてみよう。

場　　所	富 士 山 頂			
高　　さ				
見える範囲				

3．見える範囲を地図上に表そう。

第３学年

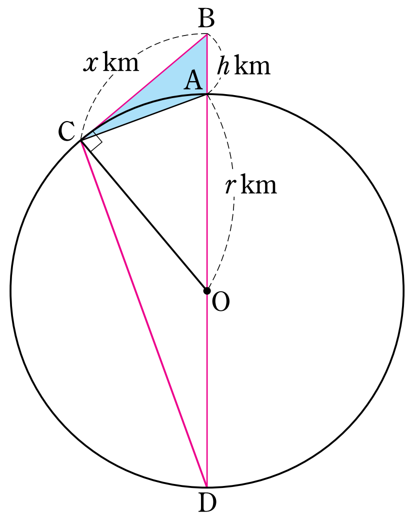
【課題12】富士山が見える？

Ⅰ．指導のねらい　高いものは遠くから見えるという誰もが日常で経験していることを数学的に考察する中で，これまでに各領域で学習したことを統合し，物事を数学的に処理させる。また，数学的な見方や考え方のよさ，数学の楽しさを感じさせたい。

Ⅱ．実施時期　第３学年「三平方の定理」の指導後，１時間扱い

Ⅲ．準備物　ワークシート，コンパス，電卓

＜学習活動＞

学習活動	観察と支援
導入 １．三重県津市の海岸から，富士山が見えるかどうか予想する。	• 自分たちの身の回りにある，よく知られた高い山や建造物（〇〇タワーなど）が見えるかどうかを問いかける。天候によって視界が左右されるので，理論上，見えるかどうかについて考えることや，見る場所によっては，回りに障害物がないものとして考えることを知らせる。見たことがない，見えるはずがないという予想をする生徒が多そうなものや，どちらとも判断しにくいものを選ぶようにする。 • 見える，見えないと予想した理由をそれぞれに問いかける。
展開 ２．海岸線に立って水平線を見たとき，どのくらい先まで見えるか予想する。（海岸線は海抜０m，目の高さは1.5mとする） ３．どこまで見えるか考える。 • 地球の断面はどんな形かを考える。  • 電卓を使って近似値を求める。 ４．富士山頂から何km先まで見えるか予想する。 ５．富士山頂から何km先まで見えるか電卓を使って求めさせ，地図上に見える範囲を記入する。	• 水平線の意味を確認する。 • 実際の経験で海を隔てた山や半島が見えることから，かなり遠くまで見えるという予想も出てくるが，自由に考えさせる。 • どのように考えていけばよいかを問いかける。意見が出なければ，地球の形を考えてみるようにヒントを与える。地球の断面は円と考えられることから，BC が接線になることに気づかせる。その後，ワークシート を配付する。 • 方法として次の２つが考えられる。 ① ∠BCO＝90° に着目して，△BCOで三平方の定理を使う。 AB＝$h$km，BC＝$x$km，OA＝$r$kmとすると， $BC^2+CO^2=OB^2$より， $x^2+r^2=(r+h)^2$ $x^2=h(2r+h)$ x，r，$h>0$ より， $x=\sqrt{h(2r+h)}$ ② ∠BCA＝∠BDCに着目して，△BCA∽△BDCを使う。 BC：BD＝BA：BCより， $x:2r+h=h:x$ $x^2=h(2r+h)$ x，r，$h>0$ より， $x=\sqrt{h(2r+h)}$ • これまでの復習も兼ねて，２つとも考えさせる。 • 机間巡視をし，できていない生徒には，接線の性質を確認して，考えさせる。 • しばらくしてから，何を根拠にして，どこに補助線を引いたのかを発表させ，できていない生徒のヒントにする。 • r＝6378km，h＝0.0015kmとすると，x≒4.37kmとなるが，h＝1.5kmとする単位の間違いに気をつけさせる。 • 富士山頂の高さは3776mとすることを知らせる。 • r＝6378km，h＝3.776kmとして計算すると，x≒219.5km となる。 • 地図上にコンパスで富士山頂から見える範囲を記入させる。津市は円内に入るので，理論上は，津市の海岸から富士山が見えることを確認する。 • 富士山が見える（写真が写された）最南端は，和歌山県の妙法山で323km離れていることを知らせる。
発展 ６．各自で見る場所を決め，その場所ではどこまで見えるかを考える。	• 自分の身近にある見晴らしのいい場所や高い場所（例えば，校舎やデパートの屋上，ジェットコースターや観覧車の最高地点，御在所などの近くの山頂，東京タワー等，予想されるものについては，予め高さを調べておく）から見える範囲や，「もしもエヴェレスト（チョモランマ）が富士山の位置にあったら…」を考えさせたり，地図上に記入させたりする。 • 早くできた生徒から見る場所の高さと見える範囲を板書し，少しの高さの違いでも，見える範囲に大きく影響することを確認する。

第３学年

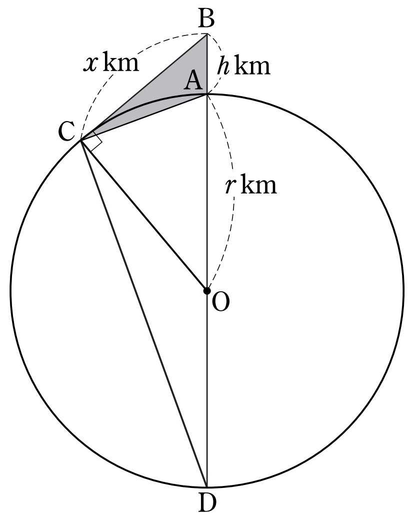
【課題12】富士山が見える？

Ⅰ．指導のねらい　高いものは遠くから見えるという誰もが日常で経験していることを数学的に考察する中で，これまでに各領域で学習したことを統合し，物事を数学的に処理させる。また，数学的な見方や考え方のよさ，数学の楽しさを感じさせたい。

Ⅱ．実施時期　第３学年「三平方の定理」の指導後，１時間扱い

Ⅲ．準備物　ワークシート，コンパス，電卓

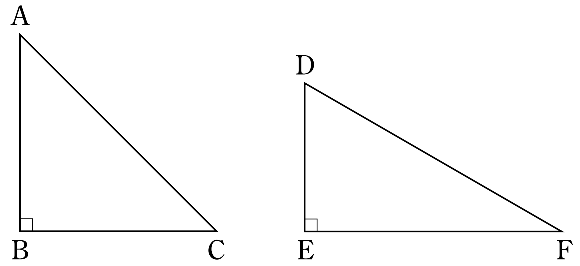
＜学習活動＞

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入 １．三重県津市の海岸から，富士山が見えるかどうか予想する。	• 自分たちの身の回りにある， よく知られた高い山や建造物（○○タワーなど）が見えるかどうかを問いかける。天候によって視界が左右されるので，理論上，見えるかどうかについて考えることや，見る場所によっては，回りに障害物がないものとして考えることを知らせる。見たことがない，見えるはずがないという予想をする生徒が多そうなものや，どちらとも判断しにくいものを選ぶようにする。 • 見える，見えないと予想した理由をそれぞれに問いかける。
展開 ２．海岸線に立って水平線を見たとき，どのくらい先まで見えるか予想する。（海岸線は海抜 ０m，目の高さは1.5mとする） ３．どこまで見えるか考える。 • 地球の断面はどんな形かを考える。  • 電卓を使って近似値を求める。 ４．富士山頂から何㎞先まで見えるか予想する。 ５．富士山頂から何㎞先まで見えるか電卓を使って求めさせ，地図上に見える範囲を記入する。	• 水平線の意味を確認する。 • 実際の経験で海を隔てた山や半島が見えることから，かなり遠くまで見えるという予想も出てくるが，自由に考えさせる。 • どのように考えていけばよいかを問いかける。意見が出なければ，地球の形を考えてみるようにヒントを与える。地球の断面は円と考えられることから，BC が接線になることに気づかせる。その後，ワークシート を配付する。 • 方法として次の２つが考えられる。 ① ∠BCO＝90°に着目して，△BCOで三平方の定理を使う。 AB＝h㎞，BC＝x㎞，OA＝r㎞とすると， $BC^2+CO^2=OB^2$より， $x^2+r^2=(r+h)^2$ $x^2=h(2r+h)$ x，r，$h>0$ より， $x=\sqrt{h(2r+h)}$ ② ∠BCA＝∠BDCに着目して，△BCA∽△BDCを使う。 BC：BD＝BA：BCより， $x:2r+h=h:x$ $x^2=h(2r+h)$ x，r，$h>0$より， $x=\sqrt{h(2r+h)}$ • これまでの復習も兼ねて，２つとも考えさせる。 • 机間巡視をし，できていない生徒には，接線の性質を確認して，考えさせる。 • しばらくしてから，何を根拠にして，どこに補助線を引いたのかを発表させ，できていない生徒のヒントにする。 • r＝6378㎞，h＝0.0015㎞とすると，x≒4.37㎞となるが，h＝1.5㎞とする単位の間違いに気をつけさせる。 • 富士山頂の高さは3776mとすることを知らせる。 • r＝6378㎞，h＝3.776㎞として計算すると，x≒219.5㎞ となる。 • 地図上にコンパスで富士山頂から見える範囲を記入させる。津市は円内に入るので，理論上は，津市の海岸から富士山が見えることを確認する。 • 富士山が見える（写真が写された）最南端は，和歌山県の妙法山で323km離れていることを知らせる。
発展 ６．各自で見る場所を決め，その場所ではどこまで見えるかを考える。	• 自分の身近にある見晴らしのいい場所や高い場所（例えば，校舎やデパートの屋上，ジェットコースターや観覧車の最高地点，御在所などの近くの山頂，東京タワー等，予想されるものについては，予め高さを調べておく）から見える範囲や，「もしもエヴェレスト（チョモランマ）が富士山の位置にあったら…」を考えさせたり，地図上に記入させたりする。 • 早くできた生徒から見る場所の高さと見える範囲を板書し，少しの高さの違いでも，見える範囲に大きく影響することを確認する。

ワークシート　**【課題】一組の三角定規で考えてみよう。**

年　　組　　番　名前

1．一組の三角定規の特徴を調べてみよう。



-
-
-

2．一組の三角定規の重ね方や合わせ方を考えてみよう。

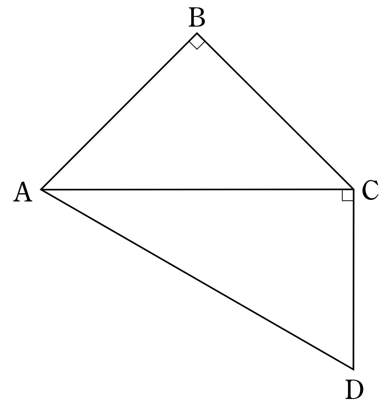
①　　　　　　　　　　　　　　　　　　②

③　　　　　　　　　　　　　　　　　　④

3．どんな種類の問題が作れるでしょう。

- （　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）を求める問題
- （　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）を求める問題
- （　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）を求める問題

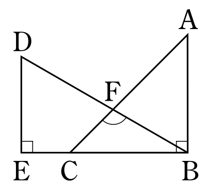
4．一組の三角定規を合わせた角度を求めよう。



- ∠BAD
- ∠BCD

5．∠BFCを求めよう。

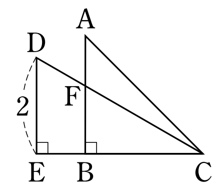
<図>



<解き方>

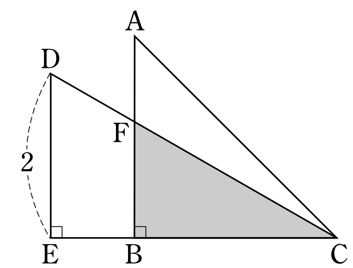
○周りの長さを求めよう。

<図> DE＝2㎝とする。



<解き方>

○発展問題：重なった部分△FBCの面積を求めよう。



第３学年

【課題13】一組の三角定規で考えてみよう。

Ⅰ．指導のねらい　普段見慣れた三角定規を自由に操作することで，自ら問題を作り，解決していく。多様な問題が考えられ，解決を通して，これまでに学習した内容の有用性や身近な数学を感得させたい。

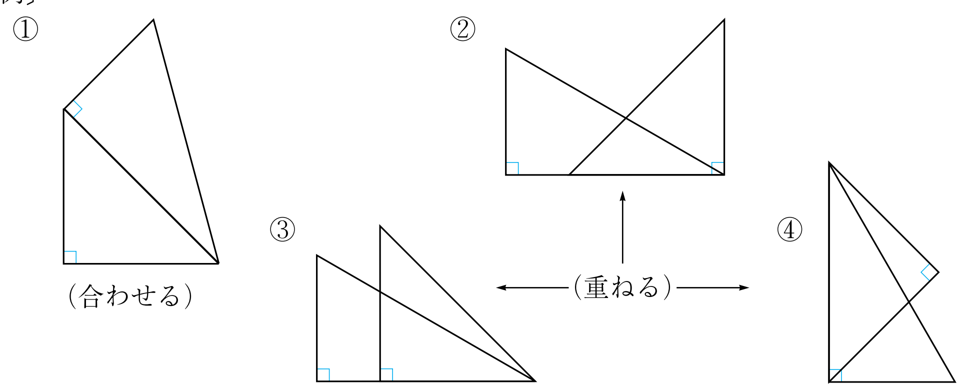
Ⅱ．実施時期　第３学年「三平方の定理」の指導後，２時間扱い

Ⅲ．準備物　ワークシート，電卓，三角定規（ボール紙等で作成してもよい）

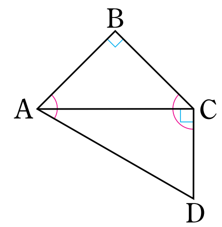
<学習活動>

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入	
一組の三角定規を「重ね」たり，「合わせ」たりしてみよう。	
○一組の三角定規の特徴を知る。 • 角→30°，60°，90°と45°，45°，90° • 辺→１：２：$\sqrt{3}$ と１：１：$\sqrt{2}$ • 等しい辺がある。 ○どんな場合ができるか考える。	• 角の大きさや辺の長さに着目させる。 • 一組の三角定規を合わせ，等しい長さの辺に気づかせる。 • 重ね方の例を１つ示し，重ねる場合は，少なくとも１辺が重なるようにさせる。

〔例〕

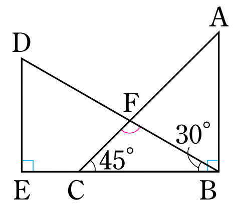


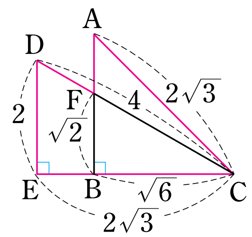
学　習　活　動	観　察　と　支　援
展開	
それぞれの図をもとに，問題を作ってみよう。	
○どんな種類の問題が作れるかを考える。 角度，周りの長さ，全体の面積，重なった部分の面積等	• 〔例〕①～④をもとに，どんな種類の問題が作れるかを考えさせる。
○図を分類し，図の順序づけを決定する。 ○一組の三角定規を合わせた角度を求めよう。	• 生徒の観点で分類させ，問題の図の順序づけをさせる。 • 順序づけをもとに，教師側は考えやすい図を把握する。 • 教師側から問題を提示し，解決させる。 • 角度について考えさせる。 • 問題解決に必要な図形の性質を，これまでの学習を振り返らせて考えさせる。



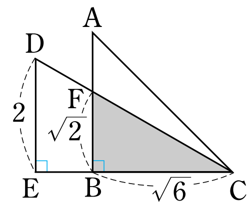
• 三角形の内角と外角の関係
• 相似な三角形の辺の比の関係
• 三平方の定理
等

学　習　活　動	観　察　と　支　援
○②，③について，角度や長さについて考える。	• 生徒の実態に合わせ，図②や図③以外の問題で考えさせてもよい。 • 図③では，DE＝2 cmを示しておく。





学　習　活　動	観　察　と　支　援
発展 ○重なった部分の面積について考える。 ○他の図について考える。	• 求める三角形の底辺や高さにあたる長さがどこになるか考えさせる。 • 図によっては，分母が根号を含んだ多項式になるので留意する。 • ワークシート２ の②は，$\frac{3(\sqrt{3}-1)}{2}$ cm² ④は，$3(\sqrt{3}-1)$ cm² • 重ねる形は〔例〕以外にもあるので，面積について挑戦させてもよい。



第３学年

【課題13】一組の三角定規で考えてみよう。

Ⅰ．指導のねらい　普段見慣れた三角定規を自由に操作することで，自ら問題を作り，解決していく。多様な問題が考えられ，解決を通して，これまでに学習した内容の有用性や身近な数学を感得させたい。

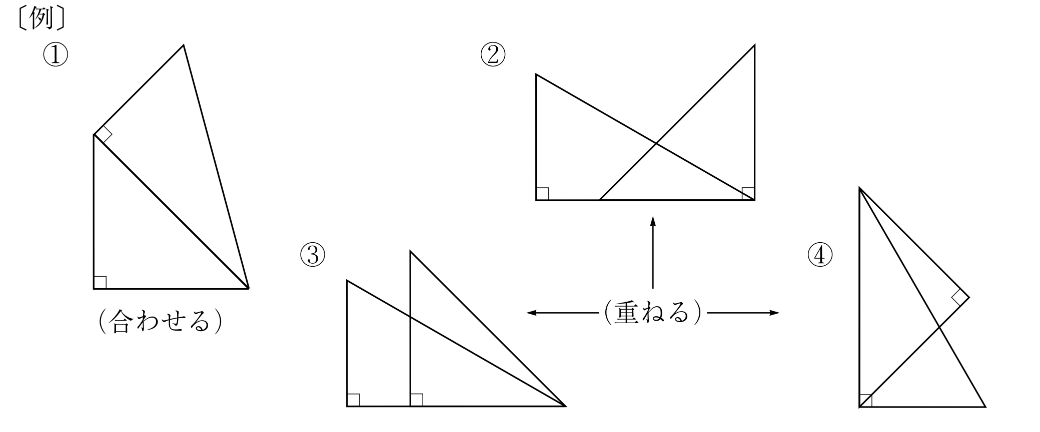
Ⅱ．実施時期　第３学年「三平方の定理」の指導後，２時間扱い

Ⅲ．準備物　ワークシート，電卓，三角定規（ボール紙等で作成してもよい）

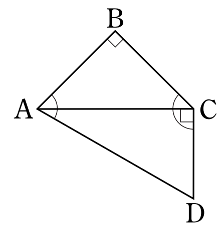
＜学習活動＞

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入	
一組の三角定規を「重ね」たり，「合わせ」たりしてみよう。	
○一組の三角定規の特徴を知る。 • 角→30°，60°，90°と45°，45°，90° • 辺→$1:2:\sqrt{3}$ と $1:1:\sqrt{2}$ • 等しい辺がある。 ○どんな場合ができるか考える。	• 角の大きさや辺の長さに着目させる。 • 一組の三角定規を合わせ，等しい長さの辺に気づかせる。 • 重ね方の例を１つ示し，重ねる場合は，少なくとも１辺が重なるようにさせる。

〔例〕



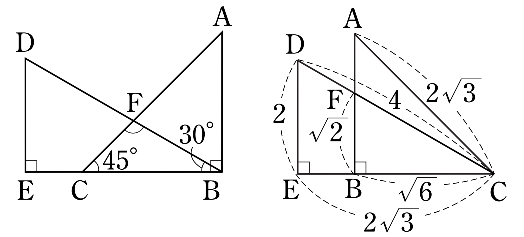
学　習　活　動	観　察　と　支　援
展開	
それぞれの図をもとに，問題を作ってみよう。	
○どんな種類の問題が作れるかを考える。 角度，周りの長さ，全体の面積，重なった部分の面積等	•〔例〕①～④をもとに，どんな種類の問題が作れるかを考えさせる。
○図を分類し，図の順序づけを決定する。 ○一組の三角定規を合わせた角度を求めよう。	• 生徒の観点で分類させ，問題の図の順序づけをさせる。 • 順序づけをもとに，教師側は考えやすい図を把握する。 • 教師側から問題を提示し，解決させる。 • 角度について考えさせる。 • 問題解決に必要な図形の性質を，これまでの学習を振り返らせて考えさせる。



• 三角形の内角と外角の関係
• 相似な三角形の辺の比の関係
• 三平方の定理
等

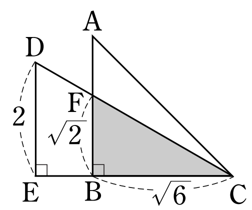
○②，③について，角度や長さについて考える。

• 生徒の実態に合わせ，図②や図③以外の問題で考えさせてもよい。
• 図③では，DE＝２㎝を示しておく。



発展

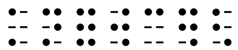
○重なった部分の面積について考える。
○他の図について考える。

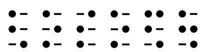


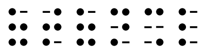
• 求める三角形の底辺や高さにあたる長さがどこになるか考えさせる。
• 図によっては，分母が根号を含んだ多項式になるので留意する。
• ワークシート２ の②は，$\frac{3(\sqrt{3}-1)}{2}$ ㎠
④は，$3(\sqrt{3}-1)$ ㎠
• 重ねる形は〔例〕以外にもあるので，面積について挑戦させてもよい。

ワークシート　【課題】点字を解読しよう。

年　　組　　番　名前

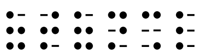
 が「ナツメソウセキ」,

 が「キタノタケシ」を表すとき,

 は，何を表しているでしょう。

1．下の表を完成させよう。

	ア段	イ段	ウ段	エ段	オ段
ア行					
カ行					
サ行					
タ行					
ナ行					
マ行					

2． の答え　（　　　　　　　　）

3．点字を数で表してみよう。

二進法　　　　十進法

ナ  （　　　　　　）→（　　　　　　）

ツ  （　　　　　　）→（　　　　　　）

メ  （　　　　　　）→（　　　　　　）

4．6つの点を使って，何通りの表し方ができるでしょう。

5．1でつくった表に出ていない文字，ハ行，ヤ行，ラ行，ワ行は，どのように表せばいいでしょう。

	ア段	イ段	ウ段	エ段	オ段
ハ行					
ヤ行					
ラ行					
ワ行					

6．点を2つ使う表し方は，全部で何通りあるでしょう。

7．3つ使う場合はどうでしょう。

全学年

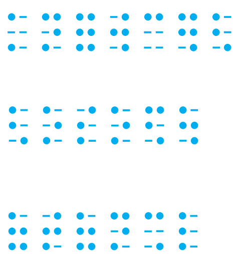
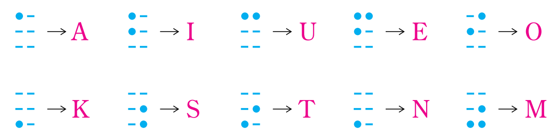
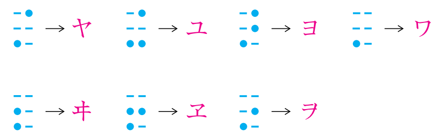
【課題 14 】点字を解読しよう。

Ⅰ．指導のねらい　生活環境の中で点字を見かけることが多い。６つの点を使って文字を表す仕組みを考えさせる。点を打つ・打たないということが１と０で表すことにつながることから，点字が二進法と関連があることを気づかせたい。また，総合的な学習の視点から，目の不自由な人たちに対する理解や関心を深めたり，点字ボランティアなどに目を向けたりするきっかけになるようにしたい。

Ⅱ．実施時期　全学年「二進法」の指導後，１時間扱い

Ⅲ．準備物　ワークシート，点字をかいたカード

<学習活動>

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入  これは何でしょう。 ○どんなところで点字を見たことがあるか発表する。 ＊駅の券売機，公共施設，公衆電話，横断歩道の信号機の押しボタン，エレベーター	• 点字をかいたカードを見せて，これが点字であることに気づかせる。 • 左は点字で「オサケ」とかいてあり，缶ビールの上側で見つけることができる。教師が身近に見つけた点字を例にするとよい。 • 目の不自由な人たちが生活しやすいように，いろいろな所に点字があることに気づかせ，点字がどういうルールで文字を表しているかに興味を持たせたい。
展開  が「ナツメソウセキ」， が「キタノタケシ」を表すとき， は，何を表しているでしょう。 ○６つの点の中に，母音を表す点と子音を表す点があることに気づく。	• ワークシート を配る。 • 点字が６つの点を使って文字を表していることを伝え，課題に取り組ませる。 • まず，わかっているところを表に埋め，他の文字を推測させる。 • 点字は右の図で，①，②，④の点を使って母音を表し，③，⑤，⑥の点を使って子音を表すのが基本になっている。このために，規則性が見つけにくくなっている。 ①，④ ②，⑤ ③，⑥
 ○上の点の組み合わせで点字ができていることに気づく。 ○完成した表をもとにして，答えを見つける。 点字を数で表してみよう。 ○点字が二進法で表せることに気づく。 ナ→→１０１０００→40 ケ→→１１０１０１→53 ○６つの点で64通りの表し方があることがわかる。 ハ行，ヤ行，ラ行，ワ行はどのように表すのだろうか。 ○表に出ていない子音の表し方は何かを考える。 ○ となっていることを知る。 ○ と決められていることを知る。	• 表を列と行で比較させることによって規則性を見つけさせたい。 • 母音と子音の組み合わせで文字を表しているということや，表の中の「ウ」，「ツ」，そして「タ」の点字に注目させて，手がかりを見つけさせたい。 • 答えは「ミトミツクニ」となる。 • 点の位置に ①，④ ②，⑤ ③，⑥ というように，番号をつけておく。 • 点がある→１，点がない→０と考えれば，二進数に直せることに気づかせたい。 • 二進法では０から111111まで，十進法にすると０から63までの表し方がある。 • ③，⑤，⑥の点で子音を表すとすると，７通りしかない。２つ表し方がたりないことに気づかせる。 •  の形がまだ出ていない。 • ヤ行とワ行は５音全部必要がないので特殊な表し方をするということを伝える。
発展 点を２つ打つ場合は何通りあるだろうか。また，３つの場合は何通りあるだろうか。	• 実際にかかせて数え上げてみる。点を２つ打つ場合は15通り，点を３つ打つ場合は20通り。 • 点字の表し方に興味を持った子は，ガギグゲゴやパピプペポ，キャキュキョなどを知りたがるだろう。数字やアルファベットも含めると，たくさんの表し方がある。各自で調べさせてもよいし，さらに時間をかけて取り上げてみてもよい。

全学年

【課題 14 】点字を解読しよう。

Ⅰ．指導のねらい　生活環境の中で点字を見かけることが多い。６つの点を使って文字を表す仕組みを考えさせる。点を打つ・打たないということが１と０で表すことにつながることから，点字が二進法と関連があることを気づかせたい。また，総合的な学習の視点から，目の不自由な人たちに対する理解や関心を深めたり，点字ボランティアなどに目を向けたりするきっかけになるようにしたい。

Ⅱ．実施時期　全学年「二進法」の指導後，１時間扱い

Ⅲ．準備物　ワークシート，点字をかいたカード

<学習活動>

学　習　活　動	観　察　と　支　援
導入 ⠊⠱⠫　これは何でしょう。 ○どんなところで点字を見たことがあるか発表する。 ＊駅の券売機，公共施設，公衆電話，横断歩道の信号機の押しボタン，エレベーター	• 点字をかいたカードを見せて，これが点字であることに気づかせる。 • 左は点字で「オサケ」とかいてあり，缶ビールの上側で見つけることができる。教師が身近に見つけた点字を例にするとよい。 • 目の不自由な人たちが生活しやすいように，いろいろな所に点字があることに気づかせ，点字がどういうルールで文字を表しているかに興味を持たせたい。
展開 ⠅⠝⠿⠺⠉⠻⠣　が「ナツメソウセキ」， ⠣⠕⠎⠕⠫⠳　が「キタノタケシ」を表すとき， ⠷⠞⠷⠝⠩⠇　は，何を表しているでしょう。 ○６つの点の中に，母音を表す点と子音を表す点があることに気づく。 ⠁→A　⠃→I　⠉→U　⠋→E　⠊→O ⠠→K　⠰→S　⠔→T　⠄→N　⠴→M ○上の点の組み合わせで点字ができていることに気づく。 ○完成した表をもとにして，答えを見つける。 **点字を数で表してみよう。** ○点字が二進法で表せることに気づく。 ナ→⠅→１０１０００→40 ケ→⠫→１１０１０１→53 ○６つの点で64通りの表し方があることがわかる。 **ハ行，ヤ行，ラ行，ワ行はどのように表すのだろうか。** ○表に出ていない子音の表し方は何かを考える。 ○ ⠤→H　⠐→R　となっていることを知る。 ○ ⠌→ヤ　⠬→ユ　⠜→ヨ　⠄→ワ ⠆→ヰ　⠖→ヱ　⠔→ヲ と決められていることを知る。	• ワークシート を配る。 • 点字が６つの点を使って文字を表していることを伝え，課題に取り組ませる。 • まず，わかっているところを表に埋め，他の文字を推測させる。 • 点字は右の図で，①，②，④の点を使って母音を表し，③，⑤，⑥の点を使って子音を表すのが基本になっている。このために，規則性が見つけにくくなっている。　①，④ ②，⑤ ③，⑥ • 表を列と行で比較させることによって規則性を見つけさせたい。 • 母音と子音の組み合わせで文字を表しているということや，表の中の「ウ」，「ツ」，そして「タ」の点字に注目させて，手がかりを見つけさせたい。 • 答えは「ミトミツクニ」となる。 • 点の位置に ①，④ ②，⑤ ③，⑥ というように，番号をつけておく。 • 点がある→１，点がない→０と考えれば，二進数に直せることに気づかせたい。 • 二進法では０から111111まで，十進法にすると０から63までの表し方がある。 • ③，⑤，⑥の点で子音を表すとすると，７通りしかない。２つ表し方がたりないことに気づかせる。 • ⠤ と ⠐ の形がまだ出ていない。 • ヤ行とワ行は５音全部必要がないので特殊な表し方をするということを伝える。
発展 **点を２つ打つ場合は何通りあるだろうか。また，３つの場合は何通りあるだろうか。**	• 実際にかかせて数え上げてみる。点を２つ打つ場合は15通り，点を３つ打つ場合は20通り。 • 点字の表し方に興味を持った子は，ガギグゲゴやパピプペポ，キャキュキョなどを知りたがるだろう。数字やアルファベットも含めると，たくさんの表し方がある。各自で調べさせてもよいし，さらに時間をかけて取り上げてみてもよい。

解　　　　答

【課題1】フォーフォーズに挑戦しよう。

1．0：4＋4－4－4，4×4－4×4など
1：4÷4＋4－4，4÷4×4÷4など
2：4÷4＋4÷4，(4×4)÷(4＋4)など
3：(4＋4＋4)÷4，(4×4－4)÷4など
4：4＋(4－4)×4など
5：(4×4＋4)÷4
6：(4＋4)÷4＋4など
7：4＋4－4÷4
8：4＋4＋4－4
9：4＋4＋4÷4

2．－1：4－4－4÷4
－2：(4＋4)÷4－4
－3：(4－4×4)÷4
－4：(4－4)×4－4
－5：(－4×4－4)÷4
－6：(－4－4)÷4－4
－7：4÷4－4－4
－8：4－4－4－4
－9：－4÷4－4－4

3．〔例〕0：(－4)＋(－4)－(－4)－(－4)
1：(－4)÷(－4)＋(－4)－(－4)
2：(－4)÷(－4)＋(－4)÷(－4)
3：{(－4)＋(－4)＋(－4)}÷(－4)
4：{(－4)－(－4)}×(－4)－(－4)
5：{－(－4)×(－4)＋(－4)}÷(－4)

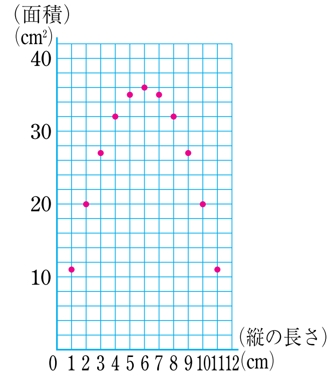
【課題2】環境に優しい暮らしのコスト計算をしよう。

★原材料コスト　(順に)台ふき…1.6，2.8，4.4
　ティッシュ…0.3，0.3，15，15
　ティッシュの方が約（3.4）倍コストが高い！
★処理コスト　台ふき…（1.4）ティッシュ…3
　ティッシュの方が約（2.1）倍コストが高い！
★環境負荷　台ふき…4000，ティッシュ…8750
　ティッシュの方が約（2.2）倍環境負荷が大きい！
結論：（台ふき）の方が環境に優しいし，得である。

【課題3】面積の最大値を探そう。

《表をつくろう》

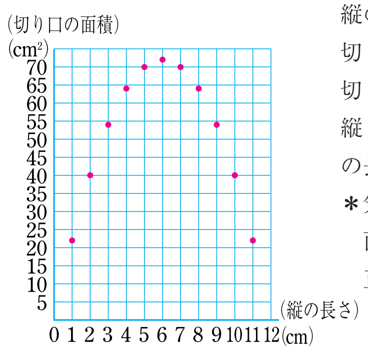
縦の長さ(cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
横の長さ(cm)	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
面　　積(cm²)	11	20	27	32	35	36	35	32	27	20	11



縦の長さ（6）cm
面積が（36）cm²
図の形は（正方形）
＊気づいたこと
　周囲の長さが一定の長方形は，正方形のとき最大となる。

《表をつくろう》

縦の長さ(cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
横の長さ(cm)	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2
切り口の面積(cm²)	22	40	54	64	70	72	70	64	54	40	22

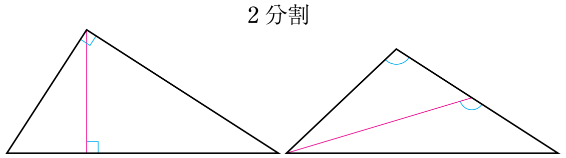


縦の長さ（6）cm
切り口の面積（72）cm²
切り口の図の形は，
縦：横の比が，(1)：(2)
の長方形
＊気づいたこと
　面積が最大のときは，正方形ではない。

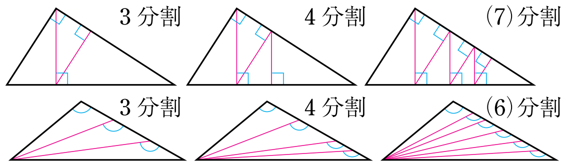
【課題4】三角形を同じ種類の三角形に分割してみよう。

1．

2分割

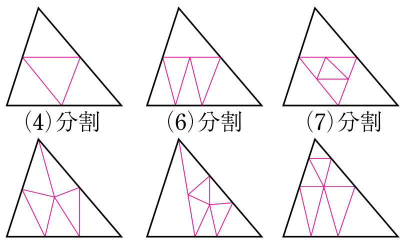


2．



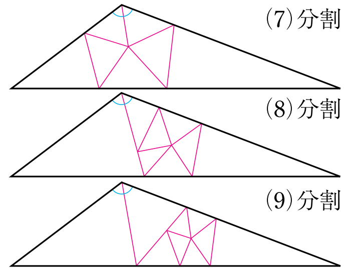
3分割　4分割　(7)分割
3分割　4分割　(6)分割

3．



(4)分割　(6)分割　(7)分割
(7)分割　(8)分割　(9)分割

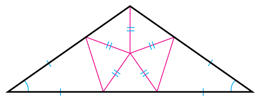
4．



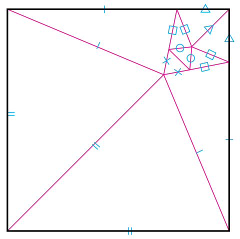
(7)分割
(8)分割
(9)分割

〔発展問題〕

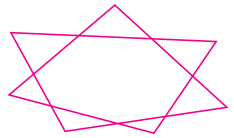
(1)

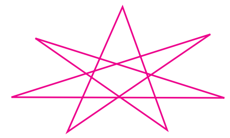


(2)

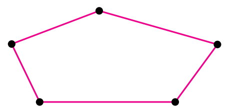


【課題5】7つ星の角の和の秘密をみつけよう。

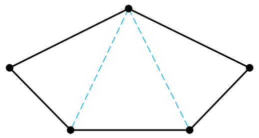




2．

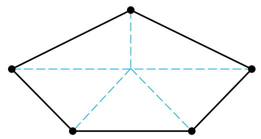


①



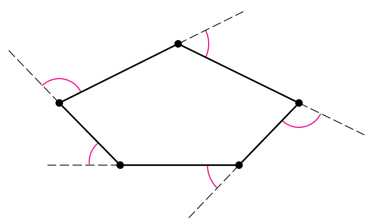
$180° \times (5-2)$

②



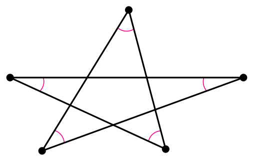
$180° \times 5-360°$

③

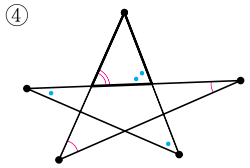


$180° \times 5-360°$

3．

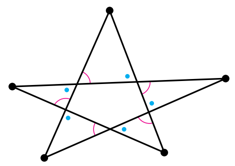


④



$180°$

⑤

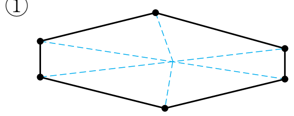


$180° \times 5-360° \times 2$

1．180°×(何角形)－36°×(いくつ目の点を結ぶか)

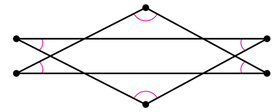
2．

①



$180° \times 6-360° \times 1=720°$

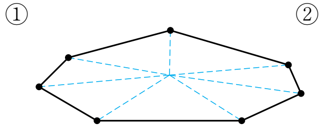
②



$180° \times 6-360° \times 2=360°$

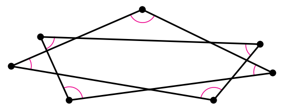
3．

①



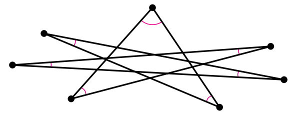
$180° \times 7-360° \times 1=900°$

②



$180° \times 7-360° \times 2=540°$

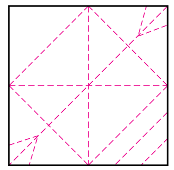
③



$180° \times 7-360° \times 3=180°$

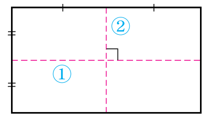
【課題6】折り紙で図形を作ろう。

1．



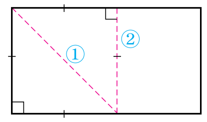
☆正方形，長方形，直角二等辺三角形，台形(等脚台形)，四角形(たて形)，平行，垂直

2．(1) 長方形



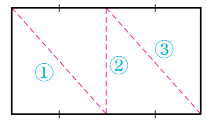
☆4つの角が90°の平行四辺形だから。

(2) 正方形



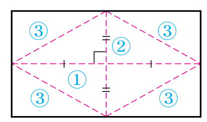
☆合同な直角二等辺三角形が2つ組み合っているので，4つの辺と4つの角がそれぞれ等しいから。

(3) 平行四辺形



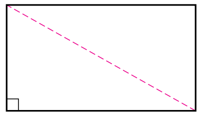
☆1組の向かい合う辺が等しく平行だから。
☆合同な三角形が2つ組み合っているので，2組の向かい合う辺（角）が等しいから。

(4) ひし形

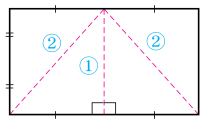


☆4つの辺が等しいから。
☆対角線がそれぞれの中点で，垂直に交わるから。

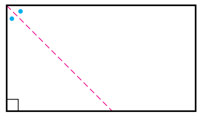
3．(1) 直角三角形　　☆直角のある三角形だから。



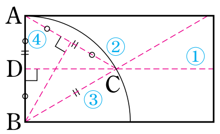
(2) 二等辺三角形　　☆２辺が等しい三角形だから。
☆合同な直角三角形が２つ組み合っているから，２辺が等しい。



(3) 直角二等辺三角形　　☆直角と 45°の角がある三角形だから。



(4) 正三角形　　☆３辺が等しい三角形だから。
☆ AB＝CB ………………… ①
点CはABの垂直二等分線上の点だから CA＝CB … ②
①，②より３辺が等しい。



4．（発展問題や他の折り方のとき活用する）

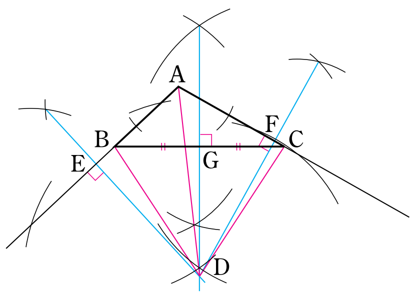
【課題7】すべての三角形は二等辺三角形である！？

1．(1) AD＝AD ……… ①
∠EAD＝∠FAD ……… ②
∠AED＝∠AFD＝90°… ③
①,②,③より直角三角形で，斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。
よって，△AED≡△AFD
合同な図形では対応する線分の長さは等しい。
したがって，AE＝AF

(2) DG は BC の垂直二等分線なので，
BD＝CD ……………… ①
△AED≡△AFD より，
ED＝FD ……………… ②
∠DEB＝∠DFC＝90° … ③
①，②，③より直角三角形で斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい。よって，△BED≡△CFD だから，EB＝FC

(3) (1)，(2)よりAE＝AF，EB＝FC
よって，AE＋EB＝AF＋FC，AB＝AC
したがって，△ABCは二等辺三角形である。

2．

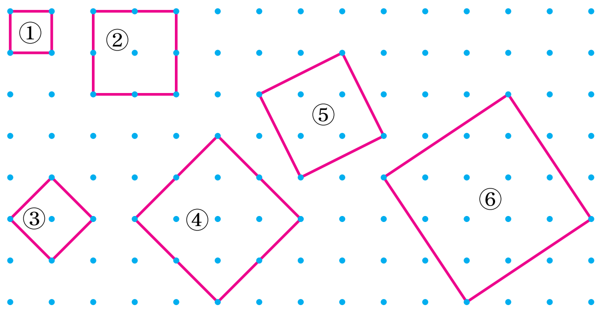


【この証明のどこに問題があったのだろう】
〔例〕•交点 D が △ABC の内部にできないぞ。
•△AED と △AFD が大きくなったぞ。

【気がついたことを書いてみよう】
〔例〕△AED≡△AFD と△BED≡△CFDは，とりあえずいえるけど，最後のAE＋EB＝AF＋FCがいえない。
•二等辺三角形の場合，①と②が同じ線で交点Dはできない。

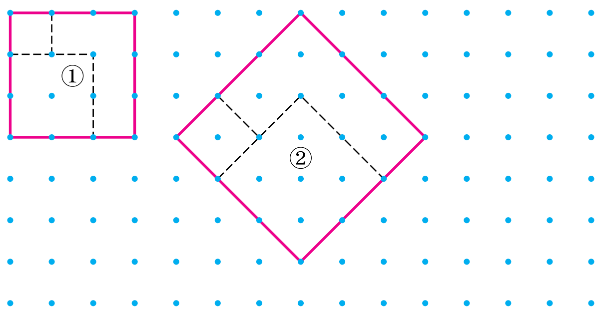
【課題８】新しい数って，どんな数？

1．



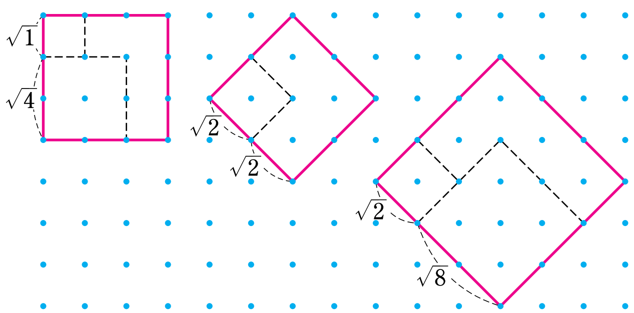
2．① 1 ㎝　② 2 ㎝　③ $\sqrt{2}$ ㎝　④ $2\sqrt{2}$ ㎝　⑤ $\sqrt{5}$ ㎝　⑥ $\sqrt{13}$ ㎝

3．



① 9 ㎠　② 18 ㎠

4．



$\sqrt{1}+\sqrt{4}=3$ ㎝
$\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ ㎝
$\sqrt{2}+\sqrt{8}=3\sqrt{2}$ ㎝

【課題９】Four　Fours に挑戦しよう。
〔例〕

0 $=\dfrac{4}{4}-\dfrac{4}{4}$

1 $=4-4+\dfrac{4}{4}$

2 $=\dfrac{4}{4}+\dfrac{4}{4}$

3 $=\dfrac{4+4+4}{4}$

4 $=\dfrac{4-4}{4}+4$

5 $=\dfrac{4\times4+4}{4}$

6 $=\dfrac{4+4}{4}+4$

7 $=4+4-\dfrac{4}{4}$

8 $=4+4\times\dfrac{4}{4}$

9 $=4+4+\dfrac{4}{4}$

10 $=\dfrac{44-4}{4}$

11 $=\dfrac{4!}{\sqrt{4}}-\dfrac{4}{4}$

12 $=\dfrac{44+4}{4}$

13 $=\dfrac{4!}{\sqrt{4}}+\dfrac{4}{4}$

14 $=\dfrac{4!}{\sqrt{4}}+\dfrac{4}{\sqrt{4}}$

15 $=4\times4-\dfrac{4}{4}$

16 $=4\times4+4-4$

17 $=4\times4+\dfrac{4}{4}$

18 $=4\times4+\dfrac{4}{\sqrt{4}}$

19 $=4!-4-\dfrac{4}{4}$

20 $=4!-\dfrac{4\times4}{4}$

21 $=4!-\sqrt{4}-\dfrac{4}{4}$

22 $=4!-\sqrt{4}+4-4$

23 $=4!-\sqrt{4}+\dfrac{4}{4}$

24 $=4!-\sqrt{4}+\dfrac{4}{\sqrt{4}}$

25 $=4!+\dfrac{\sqrt{4}+\sqrt{4}}{4}$

26 $=4!+\dfrac{4+4}{4}$

27 $=4!+4-\dfrac{4}{4}$

28 $=4!+\dfrac{4\times4}{4}$

29 $=4!+4+\dfrac{4}{4}$

30 $=4!+\sqrt{4}+\sqrt{4}+\sqrt{4}$

31 $=\dfrac{\sqrt{4}}{.4}+4!+\sqrt{4}$

32 $=\dfrac{4!}{\sqrt{4}}+4!-4$

33 $=4!+\dfrac{\sqrt{4}\times\sqrt{4}}{\dot{4}}$

34 $=\dfrac{4!}{4}+4!+4$

35 $=\dfrac{4}{\dot{4}}+4!+\sqrt{4}$

36 $=4!+4+4+4$

37 $=\dfrac{4}{\dot{4}}+4!+4$

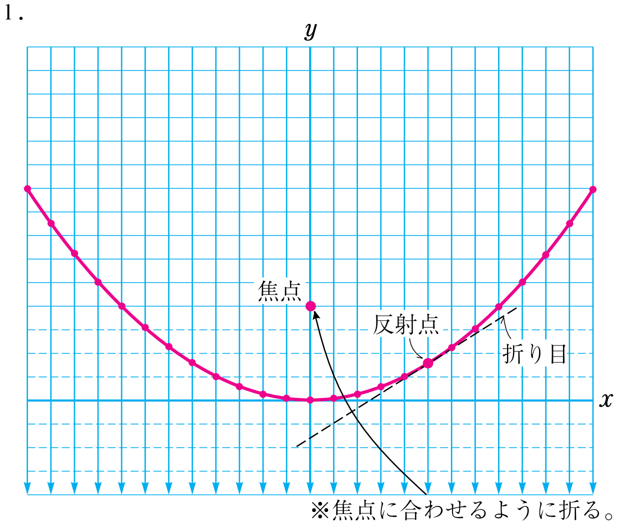
38 $=\dfrac{4}{.4}+4!+4$

39 $=44-\dfrac{\sqrt{4}}{.4}$

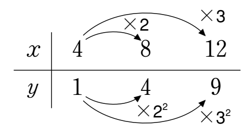
40 $=44-\sqrt{4}\times\sqrt{4}$

【課題 10】BSアンテナの秘密を探ろう。

1．



〔自分の考え〕〔例〕
•整数値になる点の座標を調べる。
(−12，9)，(−8，4)，(−4，1)，(0，0)，
(4，1)，(8，4)，(12，9)



→二次関数である。

•y 軸を対称の軸として折ってみる。→左右ぴったり重なる（すべての点が重なる）。

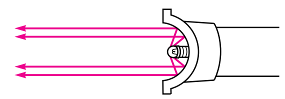
〔友達の考え〕〔例〕
•放物線ならば，$y=ax^2$ で表せる。
たとえば，(4，1)を代入する。
$1=16a$，$a=\dfrac{1}{16}$，放物線ならば　$y=\dfrac{1}{16}x^2$　となる。

この式に他の点(−12，9)(−8，4)(−4，1) ……など，すべてを代入すると，成り立つ。

よって，この曲線の式は　$y=\dfrac{1}{16}x^2$ となり放物線である。

疑問 しかし，整数値以外の場合も本当にあてはまっているのか？
→定規で長さを測って途中の点も調べた。だいたいＯＫ？
ＢＳアンテナは **放物線** を **y 軸について回転させた** ものである。

2．
•懐中電灯（サーチライト）
•集音用のマイク



BS アンテナの逆

【課題11】あの子の隣に座れるでしょうか。

1．$\frac{1}{3}$

2．(1)　同じ　(2)　$\frac{2\times2\times2\times1}{4\times3\times2\times1}=\frac{1}{3}$

3．$\frac{2\times4\times4\times3\times2\times1}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=\frac{4}{15}$

4．(ア)　$\frac{2\times4\times4\times3\times2\times1}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=\frac{4}{15}$

(イ)　$\frac{2\times6\times4\times3\times2\times1}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=\frac{2}{5}$

(ウ)　$\frac{2\times5\times4\times3\times2\times1}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=\frac{1}{3}$

(エ)　$\frac{2\times2\times4\times3\times2\times1}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=\frac{2}{15}$

【課題12】富士山が見える？

1．B C は $\boxed{\text{円の接線}}$ である。

(1) $\angle\boxed{\text{BOC}}=\boxed{90}^\circ$　だから，△BCO で三平方の定理により，

$$BC^2+CO^2=OB^2$$
$$x^2+r^2=(r+h)^2$$
$$x^2+r^2=r^2+2hr+h^2$$
$$x^2=h(2r+h)$$

$x>0$，$h(2r+h)>0$ だから，

$$x=\sqrt{h(2r+h)}$$

(2) $\angle\boxed{\text{BCA}}=\angle\boxed{\text{BDC}}$，

$\angle\boxed{\text{ABC}}=\angle\boxed{\text{CBD}}$ だから，

△BCA∽△BDC

BC：BD＝BA：BCだから，

$x:(2r+h)=h:x$

$$x^2=h(2r+h)$$

$x>0$，$(2r+h)>0$ だから，

$$x=\sqrt{h(2r+h)}$$

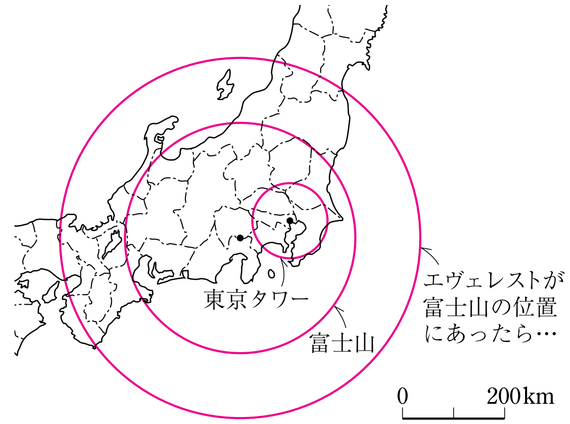
＊電卓を使って計算しよう。

h＝1.5 m＝0.0015㎞，r＝6378㎞

$x=\sqrt{0.0015\times12756.0015}=4.374\cdots\cdots$（㎞）

2．いろいろな所から見える範囲を調べてみよう。〔例〕

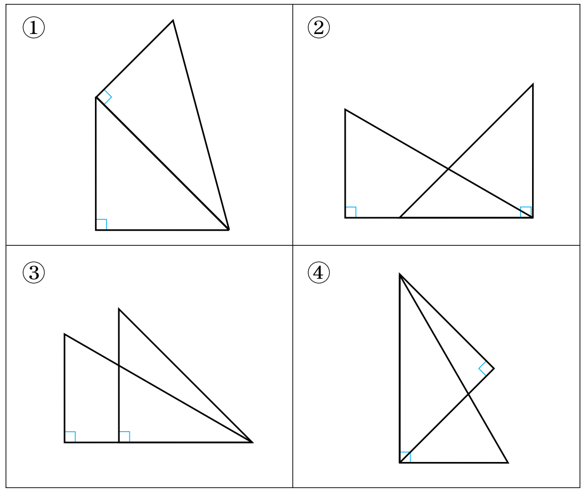
場　所	富士山頂	校舎屋上	東京タワー	エヴェレスト
高　さ	3776 m	10 m	333 m	8848 m
見える範囲	219.5 ㎞	11.3 ㎞	65.2 ㎞	336.1 ㎞



【課題13】一組の三角定規で考えてみよう。

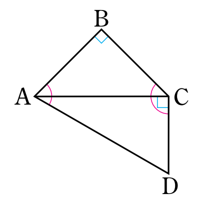
1．
- 角の大きさがわかる。
- 辺の比がわかる。
- AB＝BC，AC＝EF

2．



3．
- 角度
- 周りの長さ
- 重なった部分の面積

4．∠BAD，∠BCD を求める。

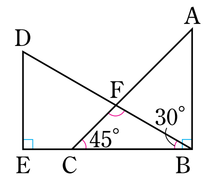


<解き方>

∠BAD＝45°＋30°＝75°

∠BCD＝45°＋90°＝135°

5．○∠BFC を求めよう。

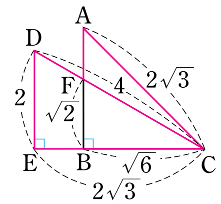


<解き方>

∠EBF＝30°　∠ACB＝45°

∠BFC＝180°－(30°＋45°)＝105°

○周りの長さを求めよう。



<解き方>

周りの長さは DE＝2(㎝)，

EC＝$2\sqrt{3}$，CA＝$2\sqrt{3}$，

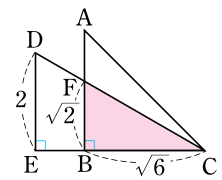
AF＝AB－FB＝$\sqrt{6}-\sqrt{2}$，

DF＝DC－FC＝4－$2\sqrt{2}$

よって，

$6-3\sqrt{2}+4\sqrt{3}+\sqrt{6}$ (㎝)

○ 発展問題（△FBCの面積を求める）



<解き方>

DE＝2(㎝)とする。

前問より，

FB＝$\sqrt{2}$

BC＝$\sqrt{6}$

△FBC＝$\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{6}$

＝$\sqrt{3}$ (㎠)

【課題14】点字を解読しよう。

1．下の表を完成させよう。

	ア段	イ段	ウ段	エ段	オ段
ア行	⠁	⠃	⠉	⠋	⠊
カ行	⠡	⠣	⠩	⠫	⠪
サ行	⠱	⠳	⠹	⠻	⠺
タ行	⠕	⠗	⠝	⠟	⠞
ナ行	⠅	⠇	⠍	⠏	⠎
マ行	⠵	⠷	⠽	⠿	⠾

2．ミトミツクニ

3．

	二進法		十進法
ナ	（　1 0 1 0 0 0　）	→	（　4 0　）
ツ	（　1 0 1 1 1 0　）	→	（　4 6　）
メ	（　1 1 1 1 1 1　）	→	（　6 3　）

4．64 とおり

5．

	ア段	イ段	ウ段	エ段	オ段
ハ行	⠥	⠧	⠭	⠯	⠮
ヤ行	⠌		⠬		⠜
ラ行	⠑	⠓	⠙	⠛	⠚
ワ行	⠄	⠆		⠖	⠔

6．15 とおり

7．20 とおり