

単振り子の系の長さと周期

l [m]	1回目 [s]	2回目 [s]	3回目 [s]	T [s]	T <sup>2</sup> [s <sup>2</sup> ]	g [%s <sup>2</sup> ]
0.815	18.12	18.16	18.28	1.82	3.31	9.70
1.039	20.56	20.34	20.47	2.05	4.20	9.75
0.600	15.65	15.62	15.59	1.56	2.43	9.72
1.024	20.31	20.37	20.40	2.04	4.16	9.70
0.503	14.81	14.25	14.31	1.42	2.02	9.84

1, 2, 3 回目は10Tの値を計測。

g (平均) ≃ 9.74 [%s<sup>2</sup>]

※ g の算出方法

g (グラフ) ≃ 9.74 [%s<sup>2</sup>]

T = 2π√(l/g) より g = 4π<sup>2</sup> (l/T<sup>2</sup>)

グラフの傾き  
T<sup>2</sup>/l の逆数

考察

国土地理院の重力データ検索によると清風南海での重力加速度は 9.79705 m/s<sup>2</sup> である。この数値と実験から求められる値の誤差について考える。

まず誤差の原因として考えられるのは、

- ① 時間計測による誤差
- ② 単振り子にならなかったことによる誤差
- ③ 長さの測定による誤差

などがある。

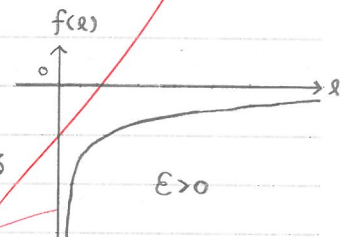
① について

真の周期を T, 誤差を ε とすると g の誤差は

$$4\pi^2 \frac{l}{(T+\epsilon)^2} - 4\pi^2 \frac{l}{T^2} = \frac{-\epsilon g (4\pi^2 \frac{l}{g} + \epsilon)}{(2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} + \epsilon)^2}$$

これを l の関数と見ると右のような形のグラフとなる

よって l が小さい程誤差が大きくなる。



相対的に考える必要が強い

② について

単振り子を単振動として考えるとき物体の重く距離 l の θ が十分小さいものとして l sin θ と近似した。もし θ が大きかったならば sin θ < θ となり実測の T は単振動をしたときより大きくなる。このため g (実験) は g より小さくなる

また物体の運動が単振り子ではなく円錐振り子だったなら

$$mg \tan \theta = mr\omega^2 \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{l \cos \theta}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \theta}{g}}$$

このTを  $g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$  に代入すると  $g(\text{実験}) = \frac{g}{\cos \theta}$

よって  $\theta$  が大きくなると  $g(\text{実験})$  は  $g$  より大きくなる。

しかし実験の際に真横から見ると、すくりに運動していることを確認したので、円錐振り子をしたことによる誤差は少なくなった。

③ について

真の長さを  $l$ 、誤差を  $\epsilon$  とおくと  $g$  の誤差は

$$4\pi^2 \frac{l+\epsilon}{T^2} - 4\pi^2 \frac{l}{T^2} = \frac{\epsilon g}{l}$$

これを  $l$  の関数と見ると、 $l$  が小さい程誤差が大きくなる。

## 反省

- $l$  の値がたまたまよっているところがあったので、もっと幅広くとるとグラフが引きやすくなったと思う。
- $l = 0.503$  の実験は最後に時間がせまっていたため操作が乱雑になってしまった可能性がある。(  $l$  の計測、 $\theta$  の大きさ... )

## 感想

振り子の等時性という話自体は小学校の頃に教わったものであるが、どのような法則が導かれているかということを知った上で実験するとより一層考えさせられるものがあった。例えば振幅が大きくなると周期は少し増しているということは小学生のときには考察できなかったであろう。そのような点で今回の実験(だけではなく、レポートをまとめる作業)はとても楽しかった。今回レポートをまとめるにあたって、できるだけ論理的に書こうと思い、数式などをはさんでみたのも新しい試みであった。しかし不慣れなことなのでどのように処理すれば言いたいことを示せるのかで一時間ほど悩んだりもした。初めてで良い経験になったおもしろい！

本当はこの振り子の周期を求めたいので、

だ円積分という数学が必要で、公衆の図書館などで「力学」の本で調べるといいと思います。

# 単振り子の系の長さと周期

