物理授業実践記録

理系選択希望者への力学的エネルギー保存の法則の指導の一例

清風高等学校
山田裕之

１．はじめに

本校では，高等学校１年生の全生徒が物理基礎を履修している。そして，ここでの物理の学習状況が，高等学校２年からの文理選択に大きな影響を与える。そのために物理の教員は，どのような授業を展開するべきかで常に頭を悩ませることになる。理解の難しい複雑な物理現象を扱ったり，煩雑な計算などをさせる機会が増えると，物理離れを招いて理系選択者を減らすことにつながりかねない。しかし，興味・関心を抱かせることばかりを考えて体験学習的な授業を中心に展開し，物理法則についての概念などの細かい説明や公式の導出過程の計算などを後回しにしていると，理系選択者は増えるかもしれないが，実際に理系に進んだ後で直面する，大学入試を意識して行う現実の学習に苦悩する生徒が出てくることになる。このようなジレンマの中で，高等学校１年生に行う物理基礎の授業を試行錯誤している。

しかし，指導するクラスの性質によっては，このようなジレンマにあまり陥ることなく授業を展開できる場合もある。習熟度別のクラス編成を実施している本校の場合，習熟度の高いクラスでは理論的な知への欲求が強く，また理系志望者が多数を占める傾向にある。したがって，このような性質のクラスでの授業では，理系を選択し，さらには物理を選択することを前提として，通常のクラスよりも掘り下げた内容を展開できるのである。

今回取り上げた鉛直ばね振り子における力学的エネルギー保存の法則について，物理基礎の授業としてどこまで説明をするべきかは，指導するクラスの習熟度や理系志望者の割合によって熟慮を要する。また，鉛直ばね振り子については，ことさらに物理基礎の授業で掘り下げた説明をしなくても，理系選択者は「単振動」の単元でこの鉛直ばね振り子を学ぶことになる。しかし，だからこそ逆にこの「単振動」の学習につなげるためにも，理系選択者には，鉛直ばね振り子における力学的エネルギー保存の法則の掘り下げた説明を加えておきたいとも思う。

今回は，鉛直ばね振り子における力学的エネルギー保存の法則について，習熟度が高く，理系志望者が多いクラスを前提に，これに属する生徒を意識した指導方法と授業の展開の一例を紹介してみる。

２．一般的な力学的エネルギー保存の法則の説明

力学的エネルギー保存の法則については，「仕事をする力が保存力（ここでは，重力と弾性力）だけのとき，力学的エネルギー（運動エネルギーと位置エネルギーの和）は保存される」と指導している。そして，鉛直ば

ね振り子を扱う前に，落体の運動などを通じて重力だけが仕事をする場合の力学的エネルギーの保存，すなわち「運動エネルギー＋重力による位置エネルギー＝一定」を，水平ばね振り子を通じて弾性力だけが仕事をする場合の力学的エネルギーの保存，すなわち「運動エネルギー＋弾性力による位置エネルギー＝一定」を学んでいる。

したがって，鉛直ばね振り子（質量 m のおもりをばね定数 k のばねに取り付けた振り子）では，重力と弾性力の両方が仕事をしていることから，これらによる位置エネルギーを考慮した力学的エネルギーの保存，すなわち「運動エネルギー＋重力による位置エネルギー＋弾性力による位置エネルギー＝一定」が成り立つことは，生徒にも容易に理解ができる。このとき，重力による位置エネルギーの基準をばねの自然の長さの位置にとり，図１のように，ばねの自然の長さの位置を原点とした h 軸を基に h_1（< 0），h_2（< 0）をおくと，次式のように，３つのエネルギーの和の形で力学的エネルギー保存の法則を示すことができ，生徒にはわかりやすい。

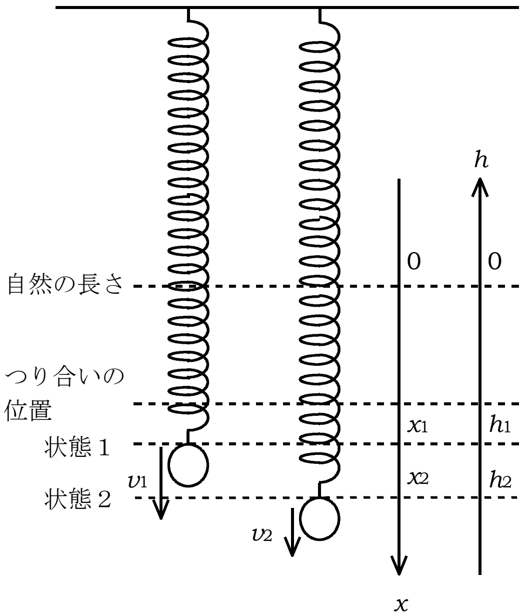

図１

$$\frac{1}{2}mv_1{}^2+mgh_1+\frac{1}{2}kx_1{}^2=\frac{1}{2}mv_2{}^2+mgh_2+\frac{1}{2}kx_2{}^2$$

もちろん，$h_1=-x_1$，$h^2=-x_2$ なので，

$$\frac{1}{2}mv_1{}^2-mgx_1+\frac{1}{2}kx_1{}^2=\frac{1}{2}mv_2{}^2-mgx_2+\frac{1}{2}kx_2{}^2$$

とも書けるが，ここでは，運動エネルギーと位置エネルギーの和として，

$$\frac{1}{2}mv^2+mgh+\frac{1}{2}kx^2=\text{const.}$$

の形を強調しておきたい。また，この力学的エネルギー保存の式が成り立つのは，状態１から状態２への変化において，次式のような運動エネルギーの変化と仕事の関係の式から説明ができる。

$$\frac{1}{2}mv_2{}^2-\frac{1}{2}mv_1{}^2=\left(mgh_1-mgh_2\right)+\left(\frac{1}{2}kx_1{}^2-\frac{1}{2}kx_2{}^2\right)$$

ただし，弾性力のした仕事の量だけ弾性力による位置エネルギーが減少するということを，改めて生徒に確認しておかなければならない。

３．重力と弾性力の合力を考えた場合

さて，ここからの説明が，習熟度が高く，理系志望者が多いクラスを前提としたものである。すなわち，２の説明までは，習熟度や文理選択に関わらず，物理基礎の授業として全生徒に行っておければ理想的であろう。

図２のように，ばねの自然の長さの位置を原点として X 軸をとり，重力による位置エネルギーの基準をこの原点にとると，鉛直ばね振り子における力学的エネルギー保存の式は，次式のように表される。

$$\frac{1}{2}mv^2-mgX+\frac{1}{2}kX^2=\text{const.} \quad \cdots①$$

式①の立式は，２の学習の復習となる。ここで，さらにつり合いの位置（$X=d$）を原点として x 軸をとると，式①は次式のように書き換えることができる。

$$\frac{1}{2}mv^2-mg(d+x)+\frac{1}{2}k(d+x)^2=\text{const.} \quad \cdots②$$

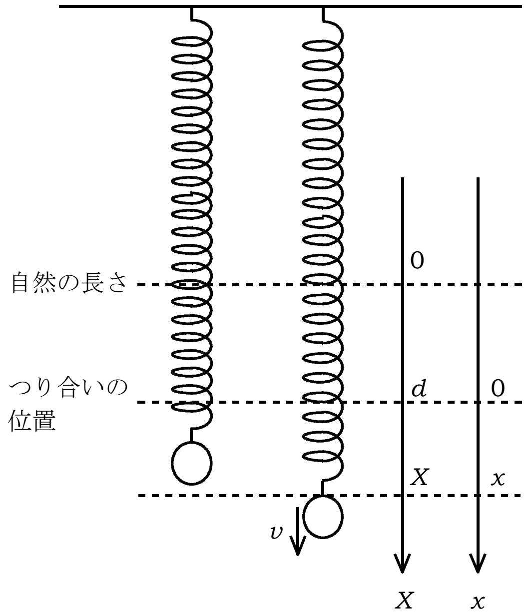

図２

つり合いの位置におけるおもりにはたらく力のつり合いより，$mg=kd$ なので，これを用いて式②を整理すると，次式のようになる。

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2+\frac{1}{2}kd^2-mgd=\text{const.} \quad \cdots③$$

式③において，

$$\frac{1}{2}kd^2-mgd=\text{const.} \quad \cdots④$$

であることから，式③は次式のようにまとめることができる。

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=\text{const.} \quad \cdots⑤$$

これは，鉛直ばね振り子における力学的エネルギー保存の法則として，つり合いの位置を原点とした変位 x を用いて表されるエネルギー $U=\frac{1}{2}kx^2$ を用いると，これと運動エネルギーとの和が一定に保たれているということを示している。式④から式⑤への流れが，生徒に理解しづらいと判断した場合には，重力による位置エネルギーの基準を $X=\frac{1}{2}d$ の位置にとると，力学エネルギー保存の式として，

$$\frac{1}{2}mv^2-mg\left(\frac{1}{2}d+x\right)+\frac{1}{2}k(d+x)^2=\mathrm{const.}\quad\cdots⑥$$

が成り立ち，$mg=kd$ を用いてこの式⑥を整理すると，式④の不要な項が消去されて，都合良く式⑤が導かれる。この場合，補足説明が必要ではあろうが，生徒には，式⑤を受け入れやすいものとするであろう。

式⑤を用いることができれば，生徒にとって，鉛直ばね振り子における力学的エネルギー保存の法則は格段と扱いやすいものとなる。では，このつり合いの位置を原点とした変位 x を用いて表されるエネルギー $U=\frac{1}{2}kx^2$ を，どのような位置エネルギーであると生徒に説明をするべきであろうか。

つり合いの位置では，図３のように，おもりに力がはたらきつり合っている。一方，位置 X においては，図４のように，おもりには力がはたらいているので，その合力，すなわち重力と弾性力の合力 F は，

$F=-kX+mg=-k(d+x)+mg=-kx$

と表される。したがって，この合力 F は，常につり合いの位置に向かってはたらき，その大きさはつり合いの位置からの変位 x の大きさに比例することがわかる。したがって，この合力に逆らってばねをゆっくりと伸ばしたり縮めたりするときにする仕事から，この合力による位置エネルギー $U=\frac{1}{2}kx^2$ が求まる。このことから，この位置エネルギーは重力と弾性力の合力による位置エネルギーであるといえるのである。$U=\frac{1}{2}kx^2$ が，式②から式⑤までの数式の処理による結果としてのものだけではなく，このように，どのような力による位置エネルギーであるのかまでを，是非説明しておきたい。また，この合力が，保存力の定義を満たす力であることについても触れておきたい。

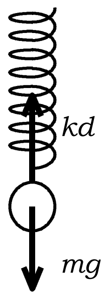

図３

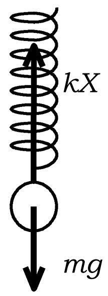

図４

４．鉛直ばね振り子の特徴

３の説明までを終えると，演習問題などで定番的に問われる「どの位置で速さが最大になり，その速さがいくらか」や「どの位置まで振れるのか」についても説明しておきたい。単振動の学習の基礎的な話にも通じるが，力学的エネルギー保存の式の処理だけで説明ができるので，生徒にはわかりやすい。ただし，少し計算処理的になるので，配慮が必要である。

次に，自然の長さまでおもりを持ち上げて静かにはなした場合について，これらの説明をする。

「どの位置で速さが最大になり，その速さがいくらか」

運動エネルギー，重力による位置エネルギー，弾性力による位置エネルギーの３つのエネルギーを考えた場合，力学的エネルギー保存の式は，

$$\frac{1}{2}mv^2-mgX+\frac{1}{2}kX^2=0$$

となる。この式を整理すると，

$$v^2=-\frac{k}{m}X^2+2gX$$

$$v^2=-\frac{k}{m}\left(X-\frac{mg}{k}\right)^2+\frac{mg^2}{k}$$

となる。したがって，$X=\frac{mg}{k}=d$ で速さは最大となり，その速さは $v=g\sqrt{\frac{m}{k}}$ となることがわかる。

「どの位置まで振れるのか」

同様に，力学的エネルギー保存の式は，

$$-mgX+\frac{1}{2}kX^2=0$$

となる。この式を整理すると，$X=\frac{2mg}{k}=2d$ まで振れることがわかる。

これらのことから，自然の長さまでおもりを持ち上げて静かにはなした場合の鉛直ばね振り子では，図５のように，つり合いの位置を中心にこの位置から $\frac{mg}{k}=d$ を振れ幅とした振動をし，つり合いの位置で速さが最大になることがわかる。実際にここまで説明をするのかの判断は，生徒の実情にもよる。しかし，つり下げたばねを用いた演示実験によっても，このことは感覚的に捉えることができるだろう。さらには，はじめにつり合いの位置から伸ばしたり縮めたりした幅が，つり合いの位置からの振動の振れ幅になることにも触れておきたい。

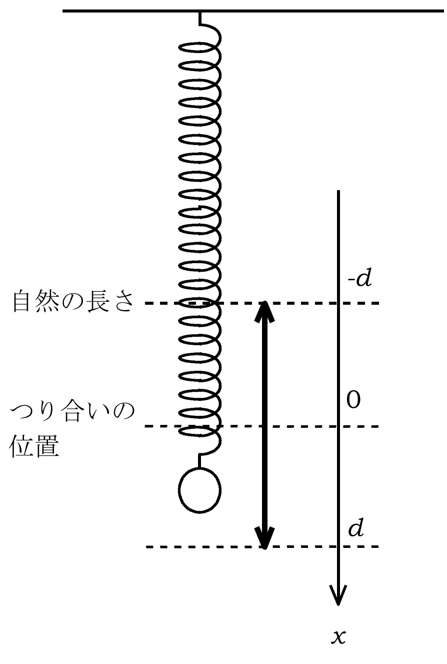

図５

なお，このような鉛直ばね振り子の特徴を理解していると，力学的エネルギー保存の式 $\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=\text{const.}$ を用いた方が，計算処理は格段と楽になることも，加えて説明をしておきたい。

５．おわりに

今回，鉛直ばね振り子における力学的エネルギー保存の法則の説明を通じて，物理基礎の学習でどこまで掘り下げた学習ができるかを，習熟度が高く，理系志望者が多いクラスを前提として，その一案を提唱してみた。

高等学校には，国公立や私立，普通科や専科，大学進学を前提とする学校や就職を前提とする学校などによって，多種多様な性質の違いがあり，それに応じて生徒の気質や保護者のニーズも異なる。また，一口に大学進学といってもそのレベルには数多あり，それによって指導方法も異なる。したがって，我々高等学校の教員は，自校の性質に応じた教育を行うことが責務である。その中で，我々物理の教員は，どのように生徒に物理教育を行っていくのかが問われている。大学進学を前提とする学校では，この高校物理の教育の在り方が大学物理へと直結していることを意識し，単に受験物理に終始することなく，生徒の物理という学問に対する探究心を引き出していかなければならない。また，大学進学を前提としない場合でも，身の周りで起こる多くの現象が，この物理という学問を通じてひもとけるということを，高校物理の教育として是非生徒に伝えておきたい。

学習指導要領の改定に伴って変化する高校物理の教育において，我々高等学校の物理の教員は，試行錯誤しながらも常によりよい授業の在り方を研鑽し続け，物理という学問のもつ本来の素晴らしさを，生徒に伝えていかなければならない。