太陽系の惑星の公転周期と軌道半長軸の関係

目的：両対数グラフの描き方及びデータの解析方法を学ぶ。併せてケプラーの第３法則が成立していることを確認する。

準備：両対数グラフ用紙、関数電卓

作業：

1　両対数グラフ用紙上に、縦軸に軌道半長軸 a〔天文単位（AU)〕、横軸に公転周期 T〔年〕をとり、次の値をプロットする。

惑　星	水 星	金 星	地 球	火 星	木 星	土 星	天王星	海王星
軌道半長軸 a〔AU〕	0.3871	0.7233	1.0000	1.5237	5.2026	9.5549	19.2184	30.1104
公転周期 T〔年〕	0.24085	0.61520	1.00002	1.88085	11.8620	29.4572	84.0205	164.7700

（理科年表 平成 27 年　p.78 より引用）

2　プロットした点を直線で結び、プリントに従って軌道半長軸 a と公転周期 T の関係を表す式を求める。

○惑星の運動に関するケプラーの法則

第 1 法則：惑星は，太陽を 1 つの焦点とする楕円軌道上を運動する。
第 2 法則：惑星と太陽を結ぶ線分（動径）が，単位時間に描く面積（面積速度）は，それぞれの惑星について一定である。(面積速度一定の法則)
第 3 法則：惑星の公転周期 T の 2 乗と，楕円軌道の半長軸 a の 3 乗の比の値はすべての惑星について同じ値である。

$$\frac{T^2}{a^3} = k \quad (k\text{は一定})$$

（啓林館　物理 改訂版(2017)より引用）

これらの法則から、ニュートンは万有引力の法則を見いだした。

○解析の方法

両対数グラフにおいて

・軌道半長軸 a＝1.0AU において　公転周期 T＝ ①□ 年

・軌道半長軸 a＝10AU において　公転周期 T＝ ②□ 年

○軌道半長軸 a が 10 倍になると、公転周期 T は □ 倍になっている。

①、②を

$T = ba^x$　（b は係数）

に代入する。

・a＝1.0AU のとき　　$1.0 = \mathrm{b} \times 1.0^x$

∴ b ＝ ③□　　※ $\boxed{1^x = 1}$

・a＝10AU のとき

②□ ＝ ③□ $\times 10^x$

両辺の常用対数をとると

$\log_{10}$ ②□ ＝$\log_{10} 10^x$

∴ x＝$\log_{10}$ ②□

＝ ④□

よって　T= ③□ × a ^④□