|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 対象教科・科目 | 単位数 | 学年・学級 |
| 数学Ⅲ | ３ | 第３学年 |

１　学習の到達目標等

|  |  |
| --- | --- |
| 学習の到達目標 | １　数列の極限，関数とその極限，微分法，積分法について，概念を理解し，基礎的な知識の習得と数学的処理技能の習熟を目指す。  ２　数列の極限，関数とその極限，微分法，積分法について，数学的な思考力・判断力・表現力を身に付けることを目指す。  ３　数列の極限，関数とその極限，微分法，積分法について，事象を数学的に考察したり多面的に捉える能力，習得した知識，習熟した技能を的確に活用する能力を伸ばすことを目指す。 |
| 使用教科書・副教材等 | 啓林館「数学Ⅲ」，傍用問題集，参考書 |

２　学習計画及び評価方法等

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 学期 | 学　習　内　容 | 月 | 学　習　の　ね　ら　い | 備 考 | 考査範囲 |
| 第  １  学  期 | 第１章　数列の極限    第１節　無限数列  1　無限数列の極限  2　無限等比数列の極限  □　節末問題    第２節　無限級数  1　無限級数の収束・発散  2　無限等比級数の収束・発散  3　いろいろな無限級数  △　コンピュータの活用  　　□　節末問題  　◇　章末問題  ■　思考力を養う[課題学習]／無限級数  第２章　関数とその極限  　第１節　分数関数と無理関数  　　1　分数関数  　　2　無理関数  　　3　逆関数と合成関数   * 節末問題   　第２節　関数の極限と連続性  　　1　関数の極限  　　2　いろいろな関数の極限  　　3　関数の連続性  　　4　連続関数の性質   * コンピュータの活用 * 節末問題   　◇　章末問題  　■　思考力を養う[課題学習]／逆三角関数 | ４  ５  ６  ７ | 数列の極限，無限等比級数や一般の無限級数の収束・発散について理解し，それらを事象の考察に活用できるようにする。  (1)　無限数列  無限数列の極限に関して，収束，発散，振動の意味や，極限値の性質，はさみうちの原理などの基本事項を理解し，分数列や無理数列などの基本的な場合に極限値が求められるようにする。続いて，特に応用範囲の広い無限等比数列{*rn*}の極限についてまとめる。さらに，漸化式によって定義される数列の極限を考察し，数列の極限に関する理解を一層深めることとする。  (2)　無限級数  例えば， のように，具体的な場面で数を無限に加えることを問題提起として，無限級数の部分和とその極限値について考察し，無限級数の和を定義する。続いて，級数の中で最も重要な無限等比級数についてその収束・発散をまとめ，循環小数を分数で表すなどの具体的な問題の解決に活用できるようにする。最後に，第*n*項の極限値と無限級数の関係を考えて，一般の無限級数が和をもつための必要条件を押さえる。 |  | 第１学期中間考査 |
| 関数の概念の理解を一層深め，いろいろな関数について，その関数値の極限を求める。また，関数の性質を考える上で重要になる関数の連続性を関連して扱い，それらを事象の考察に活用できるようにする。  (1)　分数関数と無理関数  　　分数関数と無理関数，中でも，  ， の簡単な場合についてグラフを描き，それを利用して分数不等式や無理不等式が解けるようにする。また，関数の定義を振り返り，逆関数や合成関数がどのようなときに定義されるかを具体例を通して理解し，簡単な関数の場合についてそれらが求められるようにする。  (2)　関数の極限と連続性  *x*の値を有限の値に近づけるとき，あるいは*x*の値を限りなく大きくするときなどの場合に，関数の値がどのように変化するかを具体的な関数を取り上げて考察する。片側からの極限など，より詳しく極限を調べて，関数の極限値の性質についてまとめる。三角関数の極限では，  を扇形の面積を利用して示し，いろいろな三角関数の極限が求められるようにする。また，ガウス記号で表される関数から，関数が*x*＝*a*で連続であることの意味を理解し，それと関連して，中間値の定理などの重要な連続関数の性質を認識し，方程式の実数解の存在する区間を調べる場合などに活用できるようにする。 | 数列の極限，関数とその極限の分野と関連付けられる他教科や身のまわりのことについて課題を設定し，レポートを提出する。 | 第１学期期末考査 |
|  | 【課題・提出物等】  ・　授業中に配布する演習プリント　　　　　　　・　傍用問題集の指定された問題についての課題  ・　各テスト等の振り返りノート | | | | |
| 【第1学期の評価方法】  １　定期考査の成績（７０％）  　　定期考査においては，知識・理解に偏ることなく，数学的な考え方，数学的な技能をみるための問題も出題する。  ２　学習態度等の平常点（３０％）  (1)　授業時などの学習過程で，評価の観点の3項目について，良い点および伸長の状況などを評価する。  (2)　演習ノートやレポートの提出状況・課題テスト・小テストの成績などを評価する。  　　　(1)，(2)を総合的に評価する。 | | | | |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 第  ２  学  期 | 第３章　微分法    第１節　微分と導関数  　　1　微分可能と連続  2　微分と導関数  　　3　合成関数と逆関数の微分法  　　□　節末問題  第２節　いろいろな関数の導関数  1　三角関数の導関数  　　2　対数関数・指数関数の導関数  　　3　高次導関数  □　節末問題  　第３節　導関数と関数のグラフ  　　1　接線・法線の方程式  　　2　平均値の定理  　　3　関数の増減  　4　第2次導関数とグラフ  　　□　節末問題  　第４節　微分法の応用  　　1　最大・最小  　　2　方程式，不等式への応用  　　3　曲線の媒介変数表示と微分法  　　4　速度と加速度  　　5　関数の近似式  　　□　節末問題  ◇　章末問題  ■　思考力を養う[課題学習]／利益が最大になるのは？  第４章　積分法  　第１節　不定積分  1　不定積分  2　置換積分法と部分積分法  3　いろいろな関数の不定積分  　　□　節末問題 | ９  10  11  12 | 数学Ⅱで学んだことを更に発展させ，和・差・積・商および合成関数の微分法を扱い，初等関数の導関数について理解する。また，関数の増減やグラフの凹凸，速度と加速度などの考察を通して，微分法の有用性を認識させるとともに，具体的な事象の考察に活用できるようにする。  (1)　微分と導関数  　　関数*y*＝|*x*| を例にあげて，微分可能性の概念を理解し，微分可能性と連続性との関係を把握する。続いて導関数を定義し，二項定理によって*xn*の導関数を求める。また，定義に従って和・差・積・商の導関数の公式を証明し，さらに，合成関数，逆関数の微分法を示して，微分の計算の習得を目指す。  (2)　いろいろな関数の導関数  　　加法定理を利用して三角関数の導関数を導く。続いて，自然対数の底*e*を定義し，対数関数の導関数を導き，微分計算の応用として対数微分法を学び，指数関数の導関数，陰関数の導関数へと進む。さらに高次導関数の概念を理解し，簡単な関数について，その第2次，第3次導関数が求められるようにする。  (3) 導関数と関数のグラフ  　　導関数を用いて様々な問題への活用を図る。無理関数や分数関数，楕円などの接線・法線の方程式を求めること，平均値の定理を用いて導関数の符号と関数の増減の関係を調べること，さらに，いろいろな関数の極値を調べることを習得する。また，第2次導関数を用いてグラフの凹凸，変曲点を調べてグラフがかけるようにする。 | 数学Ｃの「平面上の曲線」を学習していない場合，楕円はここで初めて学習することに注意したい。 | 第２学期中間考査 |
| (4)　微分法の応用  　　微分法を用いた最大・最小問題や方程式・不等式の証明問題などへの応用を考察し，微分の有用性を認識する。そして，曲線の媒介変数表示を学び，その微分法を導く。また，速度，加速度と微分法の関連を理解し，時間とともに変化する量の速度を求める。さらに，関数の近似式を導いて無理数の近似値を計算するなど，微分学の基本的な考えが身に付けられるようにする。  微分法と同様に，取り扱う関数の範囲を広げて積分法を考察する。積分の基本的な性質や置換積分法，部分積分法について理解し，これらの方法に習熟するとともに，その有用性を認識し，図形の面積や立体の体積，曲線の長さなどを求めることに活用できるようにする。  (1)　不定積分  　　原始関数から不定積分を定義し，その計算について理解する。特に，合成関数の微分法から得られる置換積分法，積の微分法から得られる部分積分法の技法を理解し，これらを用いた計算に習熟する。また，分数関数の不定積分を部分分数に分けて求めたり，三角関数の積の不定積分を積を和に直す公式を用いて求めたりすることを習得する。 | ここでも，数学Ｃの「平面上の曲線」を学習していない場合，曲線の媒介変数表示はここで初めて学習することに注意したい。  微分法の分野と関連付けられる他教科や身のまわりのことについて課題を設定し，レポートで提出する。 | 第２学期期末考査 |
|  | 【課題・提出物等】  ・　授業中に配布する演習プリント　　　　　　　・　傍用問題集の指定された問題についての課題  ・　各テスト等の振り返りノート | | | | |
|  | 【第2学期の評価方法】  １　定期考査の成績（７０％）  　　定期考査においては，知識・理解に偏ることなく，数学的な考え方，数学的な技能をみるための問題も出題する。  ２　学習態度等の平常点（３０％）  (1)　授業時などの学習過程で，評価の観点の3項目について，良い点および伸長の状況などを評価する。  (2)　演習ノートやレポートの提出状況・課題テスト・小テストの成績などを評価する。  　(1)，(2)を総合的に評価する。 | | | | |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 第  ３  学  期 | 第２節　定積分  　1　定積分  　研究／定積分 の値  　2　定積分で表された関数の微分  　3　区分求積法と定積分  　□　節末問題  　研究／定積分 の値  第３節　積分法の応用  　　1　面　積  　　2　体　積  　　研究／直線*y*＝*x*のまわりの回転体の体積  　　3　曲線の長さ  　　□　節末問題  ◇　章末問題  研究[発展]／微分方程式  ■　思考力を養う[課題学習]／*n*! の近似値 | １  ２  ３ | (2)　定積分  　　定積分の計算を理解し，公式による計算や，定積分の置換積分法，部分積分法に習熟する。これと関連して，偶関数と奇関数の性質を利用すると，定積分の計算が簡単になる場合があることを認識する。次に，定積分と微分の関係，すなわち，微分積分学の基本定理を学び，簡単な積分方程式を解く。さらに，区分求積法について考察して，定積分の本来もつ意味を理解する。この考えから，定積分と不等式について学び，無限級数の収束・発散を調べることへの応用を図る。  (3)　積分法の応用  　　まず，いろいろな曲線で囲まれた図形の面積を計算し，サイクロイドのように，媒介変数表示された曲線によって囲まれた図形の面積も求められるようにする。次に，ここで初めて積分による体積の求め方を扱う。角錐や円錐などの体積を求め，積分の有用性を理解する。さらに，回転体の体積を求める技法を習得し，球，円環体などの体積が求められるようにする。最後に，円弧やサイクロイド，アステロイド，カテナリーの曲線の長さを計算する。曲線の長さについては，簡単な式で表される曲線であっても積分によってその長さが求められない場合があることに注意する。また，曲線の長さに関連して，速度から道のりを求めることも習得する。 | 積分法の分野と関連付けられる他教科や身のまわりのことについて課題を設定し，レポートで提出する。 | 学年末考査 |
|  | 【課題・提出物等】  ・　授業中に配布する演習プリント　　　・　傍用問題集の指定された問題についての課題  ・　各テスト等の振り返りノート | | | | |
| 【第3学期の評価方法】  １　定期考査の成績（７０％）  　　　　定期考査においては，知識・理解に偏ることなく，数学的な考え方，数学的な技能をみるための問題も出題する。  ２　学習態度等の平常点（３０％）  (1)　授業時などの学習過程で，評価の観点の3項目について，良い点および伸長の状況などを評価する。  (2)　演習ノートやレポートの提出状況・課題テスト・小テストの成績などを評価する。  (1)，(2)を総合的に評価する。 | | | | |
| 【年間の学習状況の評価方法】  　下記の3つの観点から評価した1学期，2学期及び3学期の成績を総合し，年間の成績とする。 | | | | | |

３　評価の観点，内容及び評価方法

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 評価の観点及び内容 | 評価方法 |
| 知識及び技能 | 数列の極限，関数とその極限，微分法，及び積分法における基本的な概念，原理・法則，用語・記号などを理解し，基礎的な知識を身に付けているかどうか。また，事象を数学化して数学的に解釈し，数学的に表現し処理する仕方や推論の方法を身に付け，的確に問題を解決できる技能を身に付けているかどうか。 | ○　授業時の様子  ○　課題レポート・小テスト  ○　定期考査・課題テスト |
| 思考力，判断力，表現力等 | 数学的な活動を通して，数列の極限，関数とその極限，微分法，及び積分法における数学を活用して事象を論理的に考察する力を身に付け，思考の過程を振り返り事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力や，数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力が養われているかどうか。 | ○　授業時の様子  ○　課題レポート・小テスト  ○　定期考査・課題テスト |
| 学びに向かう力，人間性等 | 数学的な活動を通して，数列の極限，関数とその極限，微分法，及び積分法における考え方に関心・意欲をもつとともに，積極的に取り組み粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断し，問題解決の過程を振り返って考察を深め，評価・改善したりしようとしているかどうか｡ | ○　授業時の様子  ○　課題レポート  ○　演習ノート提出  〇　振り返りノート提出 |

４　アドバイス等

|  |  |
| --- | --- |
| 将来に備えて，ぜひとも身に付けておきたいこと | 物理や工学，経済など，微分積分学の応用範囲は広く，現代の科学技術はこの数学の分野の理解なくして考えられない。その意味で，微分積分学の習得を学校数学の最終目標として位置付けることは自然なことである。数学Ⅲにおいては，何をさておいても，微分と積分の計算技術を身に付けるようにしなければならない。初等関数の導関数の公式を覚え，連鎖律によって合成関数の微分がスムーズに行えるようにすること，積分においては，置換積分法，部分積分法を習得し，教科書の例題にある典型的な定積分が難なくこなせるようになるまで，その計算練習を惜しまないことが肝要である。また，本来，微分積分学の基本的な考え方は，近似と評価にある。その典型的な例が，教科書の応用例題にもあるように，定積分を利用した無限級数の収束・発散の判定にある。この近似と評価に関して最も基本的で有用な事柄は，無限等比数列と無限等比級数の収束条件であるといえよう。したがって，その習得は十分に配慮されなければならない。このように，特に数学Ⅲにおいては，将来のための明らかな目標をもって指導にあたることが大切である。そのとき留意すべきことは，例えば，極限の概念を厳密に取り扱うことなどは大学の教育を待たねばならず，必ずしも厳密性が最善ではない場面もある。高等学校においては，何事も，まずはグラフをかいて視覚的に考察することを心掛けるのがよいと思われる。生徒自らが手を動かして計算し，グラフをかいて，そこから様々な情報を得ることができるように指導計画を立てておきたい。 |