

特徴

- ・B5判
- ・教科書紙面部分に朱註内容を掲載しています。
- ・朱註では掲載できなかった、各内容の背景やポイント、演習問題などを掲載しています。
- ・さらに深めた解説は、QRコンテンツとして、QRコードを読み込むことでご覧いただけます。
- ・授業で気づいた点などを書き込むことで、オリジナルの教授資料の作成が可能になります。
- ・授業中や授業の準備、教材研究などで活用ください。

2 根号を含む式の計算

既習事項
平方根、根号、平方根の積と商、 $\sqrt{k^2a}$ の計算、分母の有理化

平方根の意味を確認し、その計算に習熟させ、分母の有理化などができるように指導する。

平方根については、中学3年で一通り指導しているが、より厳密な立場に立って、平方根を含む数の計算を理解させる。

a の平方根というのは、2乗して a になる数のことであるから、正の数 a の平方根は2つあり、正の方を \sqrt{a} 、負の方を $-\sqrt{a}$ と書く。例えば、3の平方根は、正の数 $\sqrt{3}$ と負の数 $-\sqrt{3}$ の2つある。

例 23 平方根の意味の確認を行う。

Approach $\sqrt{a^2}=|a|$ の指導については、あくまで、 $\sqrt{a^2}$ は a^2 の平方根のうちの正の方を表しているから、 $\sqrt{a^2}$ は正の数であり、したがって、 $\sqrt{a^2}=|a|$ が得られることをしっかり理解させる。

例 24 $\sqrt{a^2}=|a|$ の確認を行う。

問 29 (1)では、平方根の意味の確認を行う。

教科書 p.28

指導時間 2時間
平方根については、中学3年で一通り学んでいるが、より厳密な立場から理解させる。

2 根号を含む式の計算

平方根

2乗して a になる数を a の平方根という。正の数 a の平方根は正と負の2つあり、正の平方根を \sqrt{a} 、負の平方根を $-\sqrt{a}$ で表す。記号 $\sqrt{\quad}$ を根号という。負の数の平方根は、実数の範囲には存在しない。また、0の平方根は0だけであり、 $\sqrt{0}=0$ とする。

例 23 4の平方根は、 $\sqrt{4}=2$ と $-\sqrt{4}=-2$ である。**既習事項ではあるが、特に、「 $\sqrt{4}=2$ 」と「4の平方根は±2」との違いを確認しておきたい。**

5の平方根は、 $\sqrt{5}$ と $-\sqrt{5}$ である。
注: $\sqrt{5}$ と $-\sqrt{5}$ をまとめて、 $\pm\sqrt{5}$ と書くことがある。±を複号という。

Approach $\sqrt{a^2}$ の根号をはずすことを考えてみよう。
 $\sqrt{3^2}=\sqrt{9}=3$ であるから、 $\sqrt{3^2}=|3|$ である。
 $\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3$ であるから、 $\sqrt{(-3)^2}=|-3|$ である。

一般に、次のことがいえる。

$$\sqrt{a^2}=|a|$$

例 24 $\sqrt{5^2}=5$ 、 $\sqrt{(-7)^2}=|-7|=-(-7)=7$

問 29 次の値を求めよ。
(1) 16の平方根 **答 ±4** (2) $(-\sqrt{5})^2$ **答 5**
(3) $\sqrt{(-4)^2}$ **答 4** (4) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$ **答 $\sqrt{5}-2$**

平方根の値について考えてみよう。**2- $\sqrt{5}$ と間違えないように注意が必要である。**

例 25 $\sqrt{2}$ は2乗して2になる正の数である。
 $1.41^2=1.9881$ 、 $1.42^2=2.0164$
より、 $\sqrt{2}$ は、1.41と1.42の間にある数であることがわかる。
▶ p.198 math tips

前ページで、無理数についても数直線上にとることをしたが、およその値は、2乗して調べればよいことを理解させる。

例 25 $\sqrt{2}$ のおよその値について確認を行う。

補足 既に学習している生徒もいるだろうが、次の数は紹介しておきたい。

$\sqrt{2}=1.414\dots$ (一夜一夜)
 $\sqrt{3}=1.732\dots$ (人並みに)
 $\sqrt{5}=2.236\dots$ (富士山麓)
 $\sqrt{7}=2.641\dots$ (薬に虫いない)

QR

朱註紙面の掲載

行間部分などの指導のポイントは、教科書紙面上に掲載しています。該当部分が一目でわかります。

補足事項とQRコンテンツ

授業を行う上で、参考になる内容を[補足],[参考]として掲載しています。さらに、QRコンテンツで、詳しい解説紙面を閲覧することが可能です。

内容の背景や留意点

内容の背景やポイントを掲載しています。先生方の授業スタイルにあわせた活用が可能です。

06

2 根号を含む式の計算

既習事項

平方根, 根号, 平方根の積と商, $\sqrt{k^2a}$ の計算, 分母の有理化

平方根の意味を確認し, その計算に習熟させ, 分母の有理化などができるように指導する。

平方根については, 中学3年で一通り指導しているが, より厳密な立場に立って, 平方根を含む数の計算を理解させる。

a の平方根というのは, 2乗して a になる数のことであるから, 正の数 a の平方根は2つあり, 正の方を \sqrt{a} , 負の方を $-\sqrt{a}$ と書く。例えば, 3の平方根は, 正の数 $\sqrt{3}$ と負の数 $-\sqrt{3}$ の2つある。

例 23 平方根の意味の確認を行う。

Approach $\sqrt{a^2} = |a|$ の指導については, あくまで, $\sqrt{a^2}$ は a^2 の平方根のうちの正の方を表しているから, $\sqrt{a^2}$ は正の数であり, したがって,

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

が得られることをしっかり理解させる。

例 24 $\sqrt{a^2} = |a|$ の確認を行う。

問 29 (1)では, 平方根の意味の確認を行う。

指導時数 2時間
平方根については, 中学3年で一通り学んでいるが, より厳密な立場から理解させる。
第1章 | 数と式

2 根号を含む式の計算

平方根

2乗して a になる数を a の平方根という。

正の数 a の平方根は正と負の2つあり,

正の平方根を \sqrt{a} , 負の平方根を $-\sqrt{a}$

で表す。記号 $\sqrt{\quad}$ を根号という。

負の数の平方根は, 実数の範囲には存在しない。

また, 0の平方根は0だけであり, $\sqrt{0} = 0$ とする。

例 23 4の平方根は, $\sqrt{4} = 2$ と $-\sqrt{4} = -2$ である。

5の平方根は, $\sqrt{5}$ と $-\sqrt{5}$ である。

注 $\sqrt{5}$ と $-\sqrt{5}$ をまとめて, $\pm\sqrt{5}$ と書くことがある。±を複号という。

Approach $\sqrt{a^2}$ の根号をはずすことを考えてみよう。

$\sqrt{3^2} = \sqrt{9} = 3$ であるから, $\sqrt{3^2} = |3|$ である。

$\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$ であるから, $\sqrt{(-3)^2} = |-3|$ である。

一般に, 次のことがいえる。

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

例 24 $\sqrt{5^2} = |5| = 5$, $\sqrt{(-7)^2} = |-7| = -(-7) = 7$

問 29 次の値を求めよ。

(1) 16の平方根 **答 ±4** (2) $(-\sqrt{5})^2$ **答 5**

(3) $\sqrt{(-4)^2}$ **答 4** (4) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$ **答 $\sqrt{5}-2$**

平方根の値について考えてみよう。

例 25 $\sqrt{2}$ は2乗して2になる正の数である。

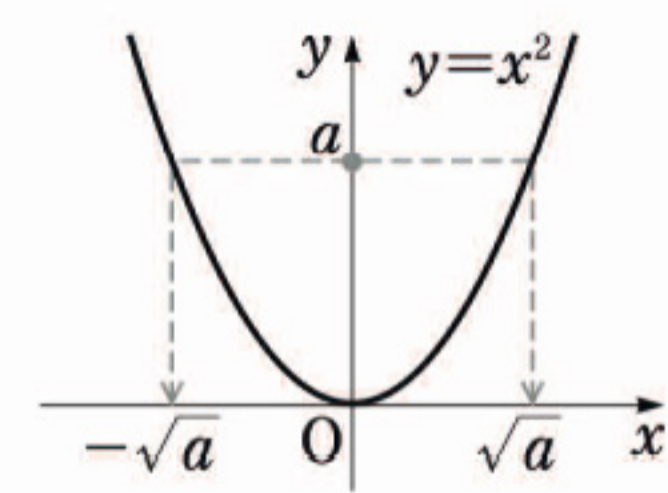
$$1.41^2 = 1.9881, \quad 1.42^2 = 2.0164$$

より, $\sqrt{2}$ は, 1.41と1.42の間にある数であることがわかる。

p.198 math tips

$2-\sqrt{5}$ と間違えないように注意が必要である。

開平法を紹介している。ひと言ふれておいてもよい。



5
中学3年

既習事項ではあるが, 特に, 「 $\sqrt{4}=2$ 」と「4の平方根は±2」との違いを確認しておきたい。

前ページで, 無理数についても数直線上にとることをしたが, およその値は, 2乗して調べればよいことを理解させる。

例 25 $\sqrt{2}$ のおよその値について確認を行う。

補足 既に学習している生徒もいるだろうが, 次の数は紹介しておきたい。

$$\sqrt{2} = 1.414\cdots\cdots(\text{一夜一夜})$$

$$\sqrt{3} = 1.732\cdots\cdots(\text{人並みに})$$

$$\sqrt{5} = 2.236\cdots\cdots(\text{富士山麓})$$

$$\sqrt{7} = 2.641\cdots\cdots(\text{菜に虫いない})$$

QR

実数 r に対して、 r 以下の整数で最大のものを r の整数部分という。実数 r の整数部分は、ガウス記号 $[]$ を用いて $[r]$ と表すことも多い。ガウス記号については、数学Ⅲで扱っている。

実数 r の小数部分は、もとの実数から整数部分を引いた数 $r - [r]$ で定義される。このように定義することにより、小数部分は 0 以上 1 未満の数となる。(*)

具体的な数 7.65 を用いて整数部分と小数部分を示し、Approach につなげる。

Approach $\sqrt{7}$ の整数部分と小数部分を示す。

$$\sqrt{7} = 2.64 \dots$$

であるから、小数部分を 0.64 ……と書いてしまう生徒が多いから小数部分を正確に表すにはどうすればよいか問いかけたい。

なお、負の数については、例えば、 -1.3 の整数部分を -1 、小数部分を -0.3 と考えがちであるが、小数部分が 0 以上 1 未満の数となるように、(*) と定義することが一般的である。整数部分、小数部分が問われる問題は、正の数の場合がほとんどであるため、きちんとした定義はせず、側注のように日本語でイメージさせる程度にとどめた。

平方根の積と商についての計算法則を理解させる。数学Ⅱの複素数との関連で、条件 $a > 0, b > 0$ に、特に注意しておきたい

問31 $\sqrt{a} > 0, \sqrt{b} > 0$ より、 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} > 0$

がなぜ必要かを理解していない生徒が多いため、丁寧に指導したい。

整数部分と小数部分

実数 7.65 は、整数部分 7 と小数部分 0.65 の和で表される。小数部分 0.65 は、もとの実数から整数部分を引いたものである。

$$7.65 = 7 + 0.65$$

$$\text{実数} = \text{整数部分} + \text{小数部分}$$

(ただし、 $0 \leq \text{小数部分} < 1$)

無理数の小数部分を具体的に書き表すことはできない。そこで、 $\sqrt{7}$ から整数部分を引いたものを小数部分として表す。



無理数 \sqrt{a} の整数部分と小数部分について考えてみよう。

$\sqrt{7}$ は $2^2 < 7 < 3^2$ より $2 < \sqrt{7} < 3$ である。

よって、 $\sqrt{7}$ の整数部分は 2 であり、小数部分は $\sqrt{7} - 2$ である。

問30 $\sqrt{10}$ の整数部分と小数部分を求めよ。

答 3. $\sqrt{10} - 3$

平方根を含む式の計算

平方根を含む式の計算については、次の公式が基本となる。

平方根の積と商

$a > 0, b > 0$ のとき、

$$\text{① } \sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\text{② } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

平方根の積と商についての計算法則は、中学3年で学んでいるが、一般的な証明はしていない。公式①の証明では、 ab の平方根で正の方はただ1つしかなく、それを \sqrt{ab} と書いたのであるから、 $\sqrt{a}\sqrt{b}$ も $(\sqrt{a}\sqrt{b})^2 = ab$ 、 $\sqrt{a}\sqrt{b} > 0$ を示せばよい。

15 証明 ① $(\sqrt{a}\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2(\sqrt{b})^2 = ab$

$\sqrt{a} > 0, \sqrt{b} > 0$ より、 $\sqrt{a}\sqrt{b} > 0$

よって、 $\sqrt{a}\sqrt{b}$ は ab の正の平方根であるから、

$$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

問31 公式②を証明せよ。

$$\text{答 } \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b} \quad \sqrt{a} > 0, \sqrt{b} > 0 \text{ より、} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} > 0$$

よって、 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ は $\frac{a}{b}$ の正の平方根であるから、 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

20 公式①と前ページの $\sqrt{a^2} = |a|$ から、次のことがいえる。

$$k > 0, a > 0 \text{ のとき、} \sqrt{k^2 a} = k\sqrt{a}$$

証明は、①を用いて次のようにすればよい。

証明 $(\sqrt{k^2 a})^2 = k^2 a$

$k > 0, \sqrt{a} > 0$ より、 $k\sqrt{a} > 0$

したがって、 $k\sqrt{a}$ は 2乗して $k^2 a$ になる正の数である。よって、 $\sqrt{k^2 a} = k\sqrt{a}$ $k > 0$ を忘れがちであるから、しっかり理解させておきたい。

中学3年

中学3年