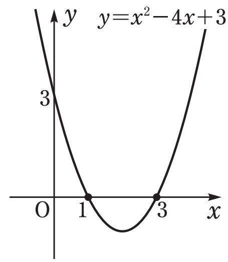
また，2 次関数のグラフと x 軸との共有点が 1 個のとき，2 次関数のグラフと x 軸は **接する** といい，その共有点を **接点** という。

2 次関数のグラフと 2 次方程式

では，2 次関数のグラフが x 軸と交わっているとき，共有点の座標はどのようにして求められるだろうか。

2 次関数 $y=x^2-4x+3$ ……①



のグラフは，右の図のように x 軸と異なる 2 点で交わっている。

x 軸との共有点の x 座標は，①で $y=0$ とおいてできる 2 次方程式 $x^2-4x+3=0$ の解で，$(x-1)(x-3)=0$ より，1 と 3 である。

一般に，2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標は，2 次方程式

$$ax^2+bx+c=0 \quad \cdots\cdots(*)$$

の実数解であり，その個数は 2 次方程式 $(*)$ の判別式 $D=b^2-4ac$ の符号で決まる。

2 次関数のグラフと x 軸との共有点の個数は，2 次関数の式で，$y=0$ とおいてできる 2 次方程式の実数解の個数と一致する。

したがって，2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフと x 軸との位置関係は，次のようになる。

$D>0 \iff$ 異なる 2 点で交わる
$D=0 \iff$ 接する
$D<0 \iff$ 共有点をもたない

頂点の y 座標 q の符号での分類と，判別式 D での分類との間にはどのような関係があるだろうか。

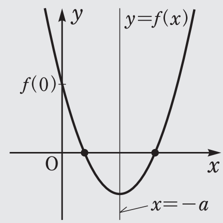
注 $b=2b'$ のとき，D の代わりに，$D'=\dfrac{D}{4}=b'^2-ac$ を用いてもよい。

2次方程式の解の存在範囲

2次方程式の実数解がある範囲に存在するための条件を，2次関数のグラフを使って求めてみよう。

例題14　2次方程式 $x^2+2ax-3a-2=0$ が，異なる2つの正の解をもつときの定数 a の値の範囲を求めよ。

考え方　$f(x)=x^2+2ax-3a-2$ とおく。
2次方程式 $f(x)=0$ の解は，2次関数 $y=f(x)$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標であることを利用する。

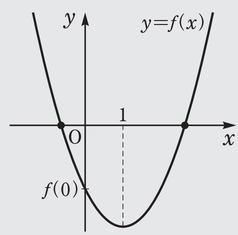


解答：$a<-2$，$-1<a<-\dfrac{2}{3}$

問40　2次方程式 $2x^2-4ax-3a-1=0$ が，異なる2つの負の解をもつときの定数 a の値の範囲を求めよ。

例題15　2次方程式 $x^2-2x+6-2k=0$ が異符号の解をもつときの定数 k の値の範囲を求めよ。

考え方　$f(x)=x^2-2x+6-2k$ とおく。
2次方程式 $f(x)=0$ が異符号の解をもつとき，2次関数 $y=f(x)$ のグラフはどのように y 軸と交わるかを考える。



解答：$k>3$

問41　2次方程式 $-2x^2-x+2k+1=0$ が異符号の解をもつときの定数 k の値の範囲を求めよ。