

大学入学共通テストおよび国公立大二次・私大

大学入試

分析と対策

2022

令和4年度

数学

学校法人 河合塾
数学科講師 長谷川 進

林啓館

この冊子の内容は次の URL からアクセスできます
<https://www.shinko-keirin.co.jp/keirinkan/kou/math/>

本試験の数学Ⅰ・A、数学Ⅱ・Bの分析と学習対策を述べる。

(1) 大問構成

今年度の大問構成は以下のようになった。ただし、括弧内は配点であり、★は選択問題（2問選択）である。また、形式は次のように分類した。

- ・センター…センター試験型の問題
- ・会話…太郎さんと花子さんの会話
- ・考察…太郎さんや花子さんが考察する（会話なし）
- ・活用…実生活に関連づけた問題
- ・丸投げ…解答を追体験させたり、解答の方針をほとんど受験生に委ねたりする問題

設問別平均点は河合塾が多数の受験生に協力していただいて実施した「答案再現分析」によるものであり、全体の平均点は大学入試センター発表による。

数学Ⅰ・A

大問	単 元	形 式	選択肢 問 題	平均点
1	〔1〕数と式（10） 〔2〕図形と計量（6） 〔3〕図形と計量、2次関数（14）	センター 会話、活用 センター	1題（3）	7.9 2.3 5.5
2	〔1〕2次関数、数と式（15） 〔2〕データの分析（15）	会話 センター	3題（6） 4題（12）	6.6 7.0
3	★場合の数・確率（20）	活用、丸投げ		9.5
4	★整数の性質（20）	センター、 丸投げ		6.2
5	★図形の性質（20）	センター	2題（4）	4.4
全体				37.96

数学Ⅱ・B

大問	単 元	形 式	選択肢 問 題	平均点
1	〔1〕図形と方程式、三角関数（15） 〔2〕指数・対数関数（15）	会話 センター、 考察	4題（8） 5題（10）	10.8 9.4
2	〔1〕微分法（18） 〔2〕積分法（12）	センター センター	6題（14） 2題（4）	9.8 3.4
3	★確率分布と統計的な推測（20）	活用、考察	3題（8）	6.0
4	★数列（20）	活用、会話	4題（9）	7.0
5	★ベクトル（20）	会話	4題（8）	7.1
全体				43.06

センター試験から共通テストに変わり選択肢から選ぶ問題が多数出題されるようになったが、2021年度と2022年度では分量が大きく変化している。数学Ⅰ・Aは2021年度が20題41点、2022年度は10題27点と減少した。逆に数学Ⅱ・B（選択者が極端に少ない第3問は除く）は2021年度が15題31点、2022年度は25題51点と増加している。

しかし、分量の変化よりも“共通テストらしさ”を打ち出す問題では選択肢形式の問題が増えやすいことが重要である。よって、2023年度以降も選択肢形式の問題は少なくとも25点程度は出題されるであろう。

選択肢形式の問題は、大量の選択肢の内容を素早く理解する必要がある。これは数学の学力とは別の能力であるから、数学の学力をある程度身につけた後にこのタイプの問題の演習を十分する必要がある。

(2) 難易度の変化

平均点は、2021年度はⅠ・Aが57.68点、Ⅱ・Bが59.93点であったから、2022年度はどちらも20点ほども低下した。100点の試験でこの変化は大きすぎる。

センター試験の頃を含めてⅠ・Aは最低の平均点であり、Ⅱ・Bもワースト3に入る低い平均点である。その原因は試験時間に比べて問題文が多すぎることにあると言ってよいはずである（設問数に大きな変化はない）。昨年度より少なくなったとはいえ、Ⅰ・A、Ⅱ・Bとも問題文が25ページ程度ある。2020年度のセンター試験の問題文はⅠ・Aが18ページ、Ⅱ・Bが14ページである（白紙は除く）。しかもセンター試験の頃は問題文の余白が十分ありそこで計算がしやすかったが、共通テストでは問題文が紙を埋め尽くし余白が少ないページが多く計算を書くのに苦労する。

出題者はすべての問題を時間を測って解き、標準的な受験生が何分程度で解けるかを配慮してほしい。

(3) 「数学Ⅰ・A」の設問別分析

河合塾の「答案再現分析」では受験生の学力を偏差値により次の7段階（層）に分け答案を分析している。

S	A	B	C
(～65.0)	(64.9～60.0)	(59.9～55.0)	(54.9～50.0)
D	E	F	
(49.9～45.0)	(44.9～40.0)	(39.9～)	

以下では設問ごとに内容の分析・評価とともに、学力層による正解率の特徴をまとめていく。

第1問

- 〔1〕 数と式の良問。正解率はSからEへ徐々に下がるのは当然だが（Fは最初から大きくつまずく）、本問では最後の「**キク**」, 「**ケ**」でC層とD層の正答率に20%の大きな差がつくのが目立つ。見慣れぬ聞き方に対応できるのは偏差値が50以上の受験生ということであろう。
- 〔2〕 山の断面図を考察する三角比の問題。実生活への応用を問う意図はわかるが、問題文の「鉛直方向」という用語は数学の教科書には出てこないし、花子のせりふをヒントだと受け取るのは多くの受験生にはハードルが高い。「**コ**」, 「**サシス**」ができていないのにそれを用いて答えるはずの次の「**セ**」はできている受験生が多い。例えばD層の正解率は前者が9.8%, 後者が27.7%になった。「山を見上げる角度」を考えれば正解の候補が絞られるからだろう。このような選択肢の選び方が「実生活への応用」には求められる。
- 〔3〕 三角比と二次関数の融合問題。良問。

第2問

- 〔1〕 2つの2次方程式のいずれかを満たす実数の個数を問うという珍しい問題のためか、初めのほうの「**ウ**」, 「**エ**」の段階でS層とA層の正解率が20%ほどの差がついた。「**オ**」, 「**カ**」はグラフを選ばせるという共通テストらしい設問。ただし、グラフソフトの無駄な説明はなくなった。また、最後の「**キ**」, 「**ク**」は両方正しくて正解なので、できが悪い。ランダムに答えると正解率は $\frac{1}{16} \div 6\%$ のはずだが、D層以下の正解率は4%ほどである。
- 〔2〕 データの分析。問題文が6ページもあり多すぎる。「**セ**」はヒストグラムを見ながら散布図の「○」の数を数える問題。散布図とはデータの大まかな傾向をつかむために用いるものであって、「○」の数を数えるような使い方は本来はしないはずだ。

第3問

プレゼント交換についての確率。完全順列と呼ばれる有名なテーマである。2人の場合の確率を元に3人の場合の確率を求め、それを元に4人の場合を……という構成なので、途中で間違えるとその後はずっと間違えるという

いう恐ろしい問題である。しかし、第4問、第5問に比べると手がつけやすいようで、平均点は一番高い。

第4問

1次不定方程式の整数解を求めるという定番のテーマだが、 5^5 , 11^5 などの大きな数を扱うので平均点は低い。標準的な解法で難易度を上げるためにこのような数値にしたのだと思われる。この問題は連分数を使う解法、行列式を使う解法などもある。来年度以降はそのような手法が扱われるかもしれない。

第5問

平面幾何の良問。「**ウ**」 \times $\frac{\text{「エ」}}{\text{「オ」}}$ のような、数値と選択肢問題を組み合わせる工夫がされている。

（4）「数学Ⅱ・B」の設問別分析

第1問

- 〔1〕 円（周と内部）と直線、傾きと $\tan\theta$ など盛りだくさんな内容の融合問題。良問であり平均点も高い。
- 〔2〕 対数の方程式、不等式。（2）までのできはよく、正解率はS層が約99%, D層でも約90%。しかし、（3）は煩雑な場合分けのためか正解率は大きく減少する。S層でも50%程度になってしまう。

第2問

- 〔1〕 3次関数のグラフと3次方程式。できはよく、正解率はS層で90.0%, B層でも69.8%。
- 〔2〕 積分法。「**セ**」, 「**ソ**」, 「**タ**」と被積分関数を選ばせるのが特徴的だが、「**タ**」の正解率はS層が73.2%, A層が41.0%, B層が25.1%である。これを間違えては以後が解けない。中下位層には難問であった。

第3問

二項分布と確率密度関数。2017年度以来、二度目の確率密度関数である。高校の教科書では確率密度関数は正規分布を扱い、一般的な確率密度関数は指導要領の範囲外である。しかし、2017年度も今回も「定義を書いておけば指導要領の範囲外のことを扱ってもよい」と出題者は判断しているようである。共通テストがそれよいのだろうか。大学入試までの教育内容を定める指導要領の意味を考えるべきである。

しかも、雑な近似（ヒストグラムからガタガタにずれている）の確率密度関数を求めさせ、それを元に「セ」は有効数字2桁まで考察させている。指導要領の範囲外のことをここまで聞いてよいのだろうか。

第4問

試験直後に受験者がSNSに「自転車に乗ったおかしな奴がいる」と書き込んだ数列の問題。実生活への応用が狙いのはずなのに設定が不自然ではないか。S層は正解率が70%を切るのが「コ」なので問題の最後のほうまで頑張っているが、B層は「エ」の正解率が50.1%と早々に脱落するものが多い。

第5問

平面ベクトルの良問。太郎と花子の会話がヒントとして活用できる共通テストらしい問題。しかしレベルが高いのでできは悪い。「ケ」まではS～B層はかなり正解しているが、「コ」～「シ」でB層の正解率が50.9%、「ス」の正解率がS層が46.1%、A層が21.9%と激減する。この後、太郎と花子の会話が登場する（3）の正解率はS層でさえ30%を切る。本問の一番面白い設問に多くの受験生はたどり着かないのである。

選択問題の比較

第3問～第5問のうちでは第3問が一番易しい（選択者が極端に少なく平均点は参考にならない）。設問の通りに公式を当てはめていくだけである。指導要領の範囲外の設問が出されたのも「教科書の内容では決まり切った問題しか作れない」が理由である。選択者が極端に少ないのが現状だが、今年度の数列、ベクトルを見ると確率・統計を安全策として勉強しておくことを勧める。教科書を読めば休日二日間程度で独学が可能であるし、教師の指導があれば数列、ベクトルよりはるかに易しいはずだ。

2

国公立二次試験，私大入試

（1）今年度の特徴

コロナ流行による高校での対面授業の減少、共通テストによる“長文読解型の問題”などの実施の影響のためか、入試傾向が変化している大学が目立つ。各大学の入試対策には、先入観を捨て最近5年程度の問題を確認し

て新たな傾向に対応することが重要である。

（2）各地区の主要大学の傾向，特徴

北海道地区

北海道大・前期日程の入試傾向が大きく変わった。文系は40年以上出題され続けていた微積分がなくなり、条件付き確率が初めて出題され、全体としてはやや易化した。

それに対して理系は分量も増え、難化した。昨年度までは難問は1題程度であったが、今年度は最初の3題が難問であり、河合塾札幌校の生徒に聞くと①と③は完答は0名、②を完答した生徒が1割程度であった。

③は $S = \int_2^6 \left| \frac{x \log 2}{\log x} - a \right| dx$ を最小にするように正の定数 a を定める問題であるが、この問題は $f(x) = \frac{x \log 2}{\log x}$ を具体的に積分しようとすると破綻する（高校の範囲では無理）という問題である。 $\int f(x) dx = F(x) + C$ とし S を F を用いて表すのがよい。なぜなら S の増減を調べるために S を a で微分するので F がすぐに f に戻るから（ $\because F'(x) = f(x)$ ），具体的に F を求める必要はないのである。

受験業界で俗に言う「はみ出し割り論法」（論述には使えない）に帰着する問題はこの考え方で簡単に解け、もちろん論述としても完璧である。今年度、南山大・総合政策第2問では、 $S = \int_{-1}^0 |-2x^2 + 2 - 2a(x+1)| dx$ を最小にする定数 $a(1 < a < 2)$ を求める問題が出たが、これも同様に $\int (-2x^2 + 2) dx = F(x) + C$ として S を F の式で表してから a で微分すると簡単である。この場合は $F(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 2x$ とわかるが、あえて $F(x)$ のままにするほうが計算がかなり簡潔になるのである。

この考え方は使う頻度が少ないためか著名な参考書でも書かれていないことが多いが、知っているかどうかで計算量に膨大な差がつく。同様の問題は2017年度京大、2012年度東京工業大にもある。

理系の微積分は今年度の北海道地区は特徴的であり、上記以外について、北海道大・後期理系は積分の出題がなく、札幌医科大は区分求積法の典型問題（落とせない！）のみ、旭川医科大は

$$g_n = \sum_{k=0}^{n-1} \int_{\frac{k}{n}}^{\frac{k}{n} + \frac{1}{2n}} f(x) dx$$

としてさまざまな $f(x)$ について g_n を求めさせるという、面倒だが単純な計算を繰り返す問題であった。受験生の積分の計算力が落ちている（ハイレベルな計算は問えない）

い)と大学側が判断しているのかもしれない。

東北地区

東北大・理系⑤が話題になった。今年度の東北大・理系の問題の中では一番解きやすいはずなのに非常にできが悪く、河合塾調べでは平均点が4.4点(50点中)しかなく6問のうち最低であった。ほとんどの受験生が解けなかったのである。原因は問題文の下線部(筆者)にある。

座標空間内において、ベクトル

$$\vec{a} = (1, 2, 1), \vec{b} = (1, 1, -1), \vec{c} = (0, 0, 1)$$

が定める2直線

$$\ell: s\vec{a}, \ell': t\vec{b} + \vec{c} \quad (s, t \text{ は実数})$$

を考える。(中略) 点 $A_k(s_k\vec{a})$ から直線 ℓ' に下ろした垂線を A_kB_k , 点 $B_k(t_k\vec{b} + \vec{c})$ から(以下略)

東北大・理系⑤

直線をこのように定義する書き方は高校の数学では扱わない。通常は、例えば ℓ 上の点の位置ベクトルを \vec{p} として

$$\ell: \vec{p} = s\vec{a}$$

のように書く。受験生は下線部の意味がわからなかったのである。また、点 A_k , B_k の位置ベクトルを下線部のように書くことも高校ではしない。この意味も受験生はわからなかったようである。内容は面白いのに残念である。東北大・理系⑥は問題文に「回転」という言葉はないのに回転体になっているという教育的な良問。

福島県立医科大第4問はライプニッツの公式 $\{f(x)g(x)\}^{(n)} = \sum_{j=0}^n nC_j f^{(n-j)}(x)g^{(j)}(x)$ を証明させた。東北医科薬科大第3問はアポロニウスの円に帰着する良問。宮城教育大・中等教育専攻(理科)③は軌跡を求めると「放物線と直線 $x=(\text{定数})$ 」になるのが珍しい。

関東地区

東京大は文系は昨年度並みであったが理系がやや難化した。しかし、極端な難問はなく良問揃いであった。理系第1問は微積分の良問。理系第2問と文系第3問(設定が違う)は整数問題。合同式を使うと問題の状況がわかりやすい(京都大・理系⑥も合同式を使うと解答が書きやすい)。上位生には合同式を教えるべきであろう。理系第3問は正方形の通過領域。2019年度文系第4問のパワーアップ版である。理系第4問は原点を通る直線の通過領域。原点を通る直線の動きを考察するのは2018

年度文系第1問(2), 2019年度文系第2問以来である。理系第5問は「円錐の一部」の通過領域の体積。2020年度理系第5問が円錐の通過領域だったので、今年度も円錐が使われるかもしれないとは予想していたが、予想不可能な動かし方をしてきた。しかし、この不思議な動かし方により体積の計算が穏やかになっているのは感服する。理系第6問と文系第4問は確率(設問が少し違う)。難しいが思考力を問う良問。東京工業大②は整数問題。 $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ という因数分解をする必要があるが、これはできない受験生が多い。今年度は北海道大・後期④では $-a^2+2ia+1=(ia+1)^2$ を用いる必要があり、名古屋大・理系③では $2\gamma^2-(3\alpha+\beta+2)\gamma+(\alpha+1)(\alpha+\beta)=(\gamma-\alpha-1)(2\gamma-\alpha-\beta)$ を用いる必要があった。因数分解をおろそかにしてはいけない。一橋大①では $2^a3^b+2^c3^d=2022$ を満たす0以上の整数 a, b, c, d を求める。東京医科歯科大・医②は「 $\frac{S_1}{S_2}$ の最大値を求めよ」であるが、 $\frac{S_1}{S_2}$ は $\frac{1}{2}$ で一定である。また、③は $f(x)$ が $x=0$ で連続という条件がないので問題が成立しない可能性があるが、受験生は気にしなかったであろう。2006年度③でも $f'(x)$ が $x=0$ で連続という条件がないので問題が成立しない可能性があった。早稲田大・理工と慶應義塾大・環境情報はともに第4問が正八面体に関する問題であった。慶應義塾大は $|x|+|y|+|z|\leq 1$ という不等式で正八面体を表している。早稲田大・理工は2003年度、2018年度にも正八面体の問題を出題している。

中部・北陸地区

名古屋大は理系が昨年度に易化し数Ⅲが出題されなかったが、今年度は2題出題され一昨年度のレベルに戻った。文理共通①は3次方程式の実数解の個数に帰着される良問。こういう問い方があるとは感服する。理系②, ③はよく考えて色々場合分けをする必要がある問題。150分で4題という他にない出題形式と合わせて「じっくり考えることができる受験生を取りたい」という大学の意図を感じる。浜松医科大④は問題と答案例を与え「誤りがあれば指摘し、その理由を述べよ」。採点は大変だと想像されるがよりよい入試への強い意志を感じる。信州大・教育①は $\tan\theta$ の3倍角公式を導き、3次方程式を解く良問。静岡大・情報の英語の第6問では数理パズルが出題された。時計が読めれば小学生でも解けるのだが難問である。福井大・医③では閉曲線 $C: x^3-2xy+y^2=0(x\geq 0)$ で囲まれる図形の面積が出題された。

関西地区

京都大は理系がやや易化し文系はやや難化した。誘導をつけないのが通例だが、理系⑤は(3)まで誘導がついた。文理共通①は対数の不等式。文系は対数の不等式が2019年度、2017年度、2016年度、2014年度、2011年度と出題されている。理系③は整数問題。最近の京都大の整数問題は3で割った余りに注目することが多かったが、今年度は6で割った余りに注目する。文系②は場合の数の漸化式。昨年度の③の確率漸化式よりは易しい。文理共通④は京都大が好む四面体。ほぼ毎年、文理いずれかで出題されている。理系⑥は連立漸化式と整数の融合問題。複雑な設定だが、答えを推定して証明すればよい。

大阪大は文理ともやや易化した。2010年度以降出題されていた空間図形の問題が出題されなかった。理系は5題のうち3題が数Ⅲからの出題であり数Ⅲ重視はいつも通りであるが、場合の数、確率、整数のいずれも出題されないのは2006年度以来である。理系の問題はすべてハイレベルな典型問題であり、真面目に勉強した受験生に有利だった。理系③の「線分の通過領域」は包絡線を用いる解法が簡潔である。理系⑤は「点 $(e^{\pi}, 0)$ を極とする極座標」を考えると積分がしやすい。文系③は $\int_{\alpha}^{\beta} (x-\alpha)(x-\beta) = \frac{(\alpha-\beta)^3}{6}$ を証明させる問題であった。神戸大・前期は文理とも標準的な問題が多く、真面目に勉強する受験生に有利だった。理系は5題中3題が数Ⅲであり数Ⅲ重視は例年通りである。問題も標準的なものが多い。理系①は1991年度後期の問題と全く同じであった。理系後期も標準的な問題である。立命館大の次の問題は穴埋めなので答えを予想すればよい。

(定数 k は $-2 < k < 2$ を満たすとわかった後)
 $z^{2n} - kz^n + 1 = 0$ (n は自然数)の複素数解の実部と虚部の和のうち、その最大値を u_n とする。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \boxed{}$$

立命館大・全学統一理系第3問

複素数平面上で図形的に考えると $\sqrt{2}$ であることは予想がつくが、論述を書くのは難しい。

中国・四国地区

広島大は文理ともやや易化した。理系は2020年度までは数Ⅲが3題出題されていたが、2021年度、2022年度と続けて1題のみになり、数Ⅲの積分はなくなった。その代わり数Ⅱの積分(部分積分を利用できる)が出題された。理系第3問はフィボナッチ数列に類似の数列。

文系第4問は数Ⅱの微積分の良問。

中国・四国地区の国公立大の理系では、この2年間で数Ⅲの出題が減った大学が目立つ。広島大、岡山大、鳥取大の医学部医学科以外、島根大、愛媛大(2022年度は医学部専用問題がなくなった)、香川大(医学部医学科、工学部)である。このうち、広島大、岡山大、島根大、愛媛大(教育Ⅲ型)では理系に数Ⅱの微積が出題されている。

コロナ流行による高校の対面授業の減少に配慮している可能性がある。

逆に数Ⅲの出題を増やしているのが山口大である。

九州地区

九州大は文理ともやや難化した。第2問の整式の割り算の問題は、微分法を用いる解法がわかっていない受験者が多く白紙答案が多かったようだ。第3問の整数問題は難しいが良問。文理共通の第4問は定積分の定義を与え、それに基づき論証させる良問。問題文にある定義を無視した答案を書いた受験生が多かったようだ。選択肢を選ぶ問題もあり「時間を十分に与え、当初の予定通り記述式の設問も入れた共通テスト」のようである。

熊本大が整数問題の良問を出題した。

以下の問いに答えよ。

- (問1) $m \leq n$ であって、 $mn+2 = {}_{m+n}C_m$ を満たす正の整数の組 (m, n) を1つ求めよ。
- (問2) $m \leq n$ であって、 $mn+2 = {}_{m+n}C_m$ を満たす正の整数の組 (m, n) は、(問1)で求めた組に限ることを示せ。

熊本大・医学部医学科④

(m, n) は簡単に見つかるが、それだけであることを示すには色々考える必要がある。上位生に演習させたい問題である。

3

対策

理系生は積分は数Ⅲのものが中心となり数Ⅱのものの練習が足りない傾向がある。それでは試験で困る大学が目立つ。例えば部分積分は、 $f(x)$ を n 回積分したものを $F_n(x)$ と表して

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = \left[F_1(x)g(x) - F_2(x)g'(x) \right]_a^b + \int_a^b F_2(x)g''(x)dx$$

まで上位生には指導すべきと思う（部分積分を2回行った）。これで整式の積分はかなり簡単になることが多い。

論証の力をつけるには九州大・文理共通第4問がお勧めである。

共通テスト対策は、まずは記述式の標準的な問題が確実に解ける力をつけた後、共通テスト形式の問題を解いて慣れる必要がある。

長谷川 進（はせがわ・すすむ）

授業は東大京大理系クラス，医進クラスを中心に担当する。

共通テスト対策「共通テストマスタードリル」作成チーフ。他に執筆は河合出版「Iシリーズ」，「Jシリーズ」，「Kバック」，「共通テスト対策パック」など。

著書：「マーク式基礎問題集数学Ⅰ・A 六訂版」（河合出版），

「教科書だけでは足りない～確率分布と統計的な推測 改訂版」（河合出版）



—— 知が啓く。 ——

URL <https://www.shinko-keirin.co.jp/>

令和 5 教 内容解説資料

本 社	〒 543-0052	大阪市天王寺区大道 4 丁目 3 番 25 号	電話 (06)6779-1531	FAX(06)6779-5011
東京支社	〒 112-0013	東京都文京区音羽 2 丁目 10 番 2 号日本生命音羽ビル 4 階	電話 (03)3814-2151	FAX(03)3814-2159
北海道支社	〒 060-0062	札幌市中央区南二条西 9 丁目 1 番 2 号サンケン札幌ビル 1 階	電話 (011)271-2022	FAX(011)271-2023
東海支社	〒 460-0002	名古屋市中区丸の内 1 丁目 15 番 20 号 ie 丸の内ビルディング 1 階	電話 (052)231-0125	FAX(052)231-0055
広島支社	〒 732-0052	広島市東区光町 1 丁目 7 番 11 号広島 CD ビル 5 階	電話 (082)261-7246	FAX(082)261-5400
九州支社	〒 810-0022	福岡市中央区薬院 1 丁目 5 番 6 号ハイヒルズビル 5 階	電話 (092)725-6677	FAX(092)725-6680