

高校数学にチャレンジ!

~ちょっと複雑な因数分解~

1 覚えていますか?

$$\begin{array}{ccc} \boxed{\text{2次式}} & \xrightleftharpoons[\text{展開}]{\text{因数分解}} & \boxed{\text{1次式の積}} \\ x^2 + 3x + 2 & & (x+1)(x+2) \end{array}$$

確認(できますね)

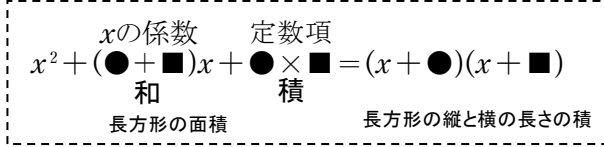
1. $x^2 + 5x + 6 = (\quad)(\quad)$

2. $x^2 - x - 20 = (\quad)(\quad)$

できますか

3. $x^2 + 3xy + 2y^2 = (\quad)(\quad)$

4. $2x^2 + 7x + 3 = (\quad)(\quad)!$?



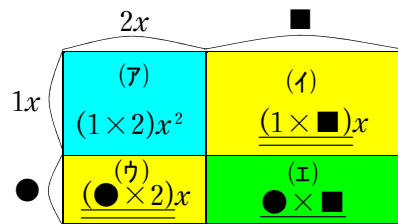
考えてみよう

2 2次式 $2x^2 + 7x + 3$ はどのように因数分解できるでしょうか?

① $2x^2 + 7x + 3 = (x + \bullet)(2x + \blacksquare)$ とおいてやってみよう。

$$\begin{aligned} (1x + \bullet)(2x + \blacksquare) &= 1x \times 2x + 1x \times \blacksquare + \bullet \times 2x + \bullet \times \blacksquare \\ &= (1 \times 2)x^2 + (1 \times \blacksquare + \bullet \times 2)x + \bullet \times \blacksquare \\ &= 2x^2 + \underline{(1 \times \blacksquare + \bullet \times 2)}x + \bullet \times \blacksquare \end{aligned}$$

長方形の面積のイメージ



因数分解したい式 $2x^2 + \underline{7}x + \underline{3}$

$1 \times \blacksquare + \bullet \times 2 = 7$ と $\bullet \times \blacksquare = 3$ にあてはまる \bullet と \blacksquare が見つければ因数分解できる!!

\bullet と \blacksquare を見つけよう。

② $2x^2 + 7x + 3 = (2x + \bullet)(x + \blacksquare)$ とすると, \bullet と \blacksquare は...

因数分解の結果は変わるでしょうか?

考えてみよう。

3 次に, 2次式 $6x^2 + 7x + 2$ を因数分解してみよう。

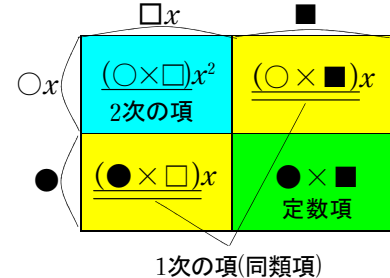
の係数が6のときは, 1と6の積, 2と3の積という2つの場合があるので,

型と型が考えられますが, めんどうになりそうです。そこで, 次のような式を活用して考えてみましょう。

$$\begin{array}{ccc} & \xrightarrow{\text{展開}} & \\ (Ox + \bullet)(\square x + \blacksquare) & = & (O \times \square)x^2 + (\bullet \times \square + O \times \blacksquare)x + \bullet \times \blacksquare \\ & \xleftarrow{\text{因数分解}} & \end{array}$$

2次の係数 1次の係数 定数項

長方形の面積のイメージ



$$\begin{array}{ccc} (O \times \square)x^2 + (\bullet \times \square + O \times \blacksquare)x + \bullet \times \blacksquare & = & (Ox + \bullet)(\square x + \blacksquare) \\ \downarrow \text{2次の係数} & \downarrow \text{1次の係数} & \downarrow \text{定数項} \\ 6 & 7 & 2 \end{array}$$


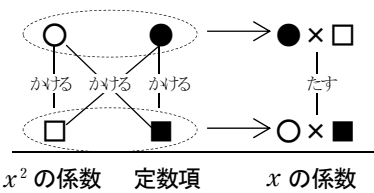
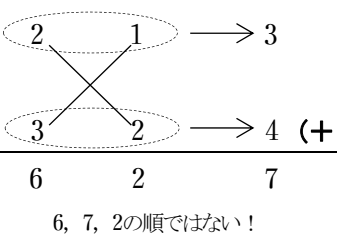
これより, $6x^2 + 7x + 2$ を因数分解するには, 次の3つの等式

$$\begin{array}{ccc} O \times \square = 6, & \bullet \times \square + O \times \blacksquare = 7, & \bullet \times \blacksquare = 2 \\ \text{2次の係数} & \text{1次の係数} & \text{定数項} \end{array}$$

にあてはまる4つの数 $O, \bullet, \square, \blacksquare$ を見つければよいのですが, 大変そうです。

これを次のような方法(*たすき掛けの方法)でやってみましょう。

*たすき(褌): 仕事がしやすいように、輪にして背中で十文字になるようにかけて着物の袖(そで)をとめる紐(ひも)のこと。

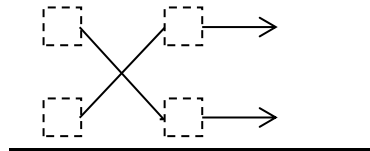
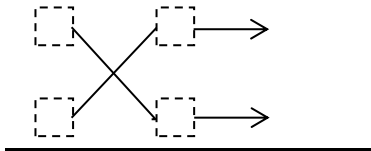
たすき掛け	たすき掛けの方法	活用例
		

これより $\circ = 2$, $\bullet = 1$, $\square = 3$, $\blacksquare = 2$ となるので、 $6x^2 + 7x + 2 = (2x + 1)(3x + 2)$
 ただし、1回目で見つかるとは限りません。そのときは何回もやってみましょう。

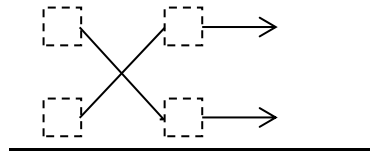
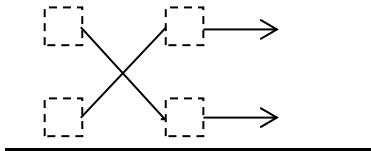
やってみよう

4 次の式をたすき掛けで因数分解してみよう。

- (1) (2)



- (3) (4)



* できた人は、上のような「たすき掛けで因数分解をする問題」を考えてみよう。

5 これまでに学習した『和が x の係数で、積が定数項である2数』を見つける因数分解の方法は、 $\circ = 1$, $\square = 1$ の場合です。

高校では、中学校で勉強したことをもとに新しい内容を勉強するだけでなく、中学校で勉強した内容の「拡張」も扱います。
 たとえば、 $x^2 + 2x - 1 = (x + 1 + \sqrt{2})(x + 1 - \sqrt{2})$, $x^2 + 1 = (x + i)(x - i)$ (ただし、 $i = \sqrt{-1}$)
 $2x^2 + xy - y^2 + 4x + y + 2 = (x + y + 1)(2x - y + 2)$ などです。

高校でも数学を学ぶとき必要なことは、「はてな？」と思ったことをよく考えること、そしてその理由を論理的・数学的に探り、そのメカニズムを理解し、その際に使う基礎・基本(考える力、計算力)をしっかりと身につけ、理解したこと、導いたことが数学的に記述できることです。それを目指そうという意欲も大切です。