

また、2次関数のグラフと x 軸との共有点が1個のとき、2次関数のグラフと x 軸は **接する** といい、その共有点を **接点** という。

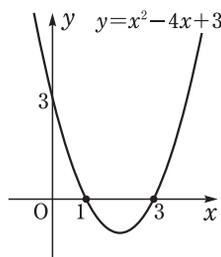
2次関数のグラフと2次方程式

では、2次関数のグラフが x 軸と交わっているとき、共有点の座標はどのようにして求められるだろうか。

$$2 \text{ 次関数 } y=x^2-4x+3 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}$$

のグラフは、右の図のように x 軸と異なる2点で交わっている。

x 軸との共有点の x 座標は、 $\textcircled{1}$ で $y=0$ とおいてできる2次方程式 $x^2-4x+3=0$ の解で、 $(x-1)(x-3)=0$ より、1と3である。



一般に、2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標は、2次方程式

$$ax^2+bx+c=0 \quad \cdots\cdots(*)$$

の実数解であり、その個数は2次方程式 $(*)$ の判別式 $D=b^2-4ac$ の符号で決まる。

2次関数のグラフと x 軸との共有点の個数は、2次関数の式で、 $y=0$ とおいてできる2次方程式の実数解の個数と一致する。

したがって、2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフと x 軸との位置関係は、次のようになる。

$D > 0 \iff$ 異なる2点で交わる

$D = 0 \iff$ 接する

$D < 0 \iff$ 共有点をもたない

🔗 頂点の y 座標 q の符号での分類と、判別式 D での分類との間にはどのような関係があるだろうか。

注 $b=2b'$ のとき、 D の代わりに、 $D'=\frac{D}{4}=b'^2-ac$ を用いてもよい。

2次方程式の解の存在範囲

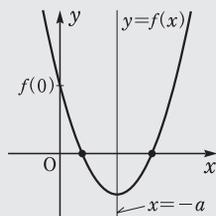
2次方程式の実数解がある範囲に存在するための条件を、2次関数のグラフを使って求めてみよう。

例題14 2次方程式 $x^2+2ax-3a-2=0$ が、異なる2つの正の解をもつときの定数 a の値の範囲を求めよ。

考え方

$f(x)=x^2+2ax-3a-2$ とおく。

2次方程式 $f(x)=0$ の解は、2次関数 $y=f(x)$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標であることを利用する。



解答: $a < -2$, $-1 < a < -\frac{2}{3}$

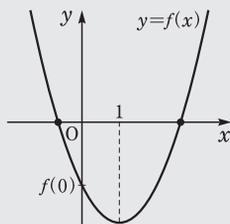
問40 2次方程式 $2x^2-4ax-3a-1=0$ が、異なる2つの負の解をもつときの定数 a の値の範囲を求めよ。

例題15 2次方程式 $x^2-2x+6-2k=0$ が異符号の解をもつときの定数 k の値の範囲を求めよ。

考え方

$f(x)=x^2-2x+6-2k$ とおく。

2次方程式 $f(x)=0$ が異符号の解をもつとき、2次関数 $y=f(x)$ のグラフはどのように y 軸と交わるかを考える。



解答: $k > 3$

問41 2次方程式 $-2x^2-x+2k+1=0$ が異符号の解をもつときの定数 k の値の範囲を求めよ。