

先生方のための徹底入試対策講座

第19回 今年のセンター入試から

今春、実施されたセンター試験は、昨年と比べて、「数学Ⅰ・数学A」はやりやすく、「数学Ⅱ・数学B」は若干やりづらいかな、という印象でした。ベクトルの分野は、5年連続で空間ベクトルの出題でした。

特に印象的だったのは「数学Ⅰ・数学A」の第1問、与えられた命題の反例を選ぶという論理の出題で、よく工夫された問題でした。

2011 センター試験数学「数学Ⅰ・数学A」〔第1問 [2] (1)〕

実数 a, b に関する条件 p, q を次のように定める。

$$p : (a+b)^2 + (a-2b)^2 < 5$$

$$q : |a+b| < 1 \text{ または } |a-2b| < 2$$

次の①～③のうち、命題「 $q \Rightarrow p$ 」に対する反例になっているのは チ である。

① $a=0, b=0$

② $a=1, b=0$

③ $a=0, b=1$

④ $a=1, b=1$

これはどのように考えて答を導くのがよいのでしょうか。受験生はどのようにして答を得ようとしたのでしょうか。

記述試験なら、問題文自体が変わり、例えば、次のような出題となるのでしょうか。

実数 a, b に関する条件 p, q を次のように定める。

$$p : (a+b)^2 + (a-2b)^2 < 5$$

$$q : |a+b| < 1 \text{ または } |a-2b| < 2$$

命題「 $q \Rightarrow p$ 」に対する反例となる実数の組 (a, b) を一組求めよ。

このような出題なら、受験生は p であるための必要条件

$$|a+b| < \sqrt{5} \text{ かつ } |a-2b| < \sqrt{5}$$

から考えるかもしれませんし、あるいは

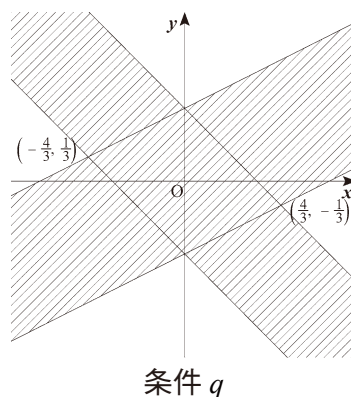
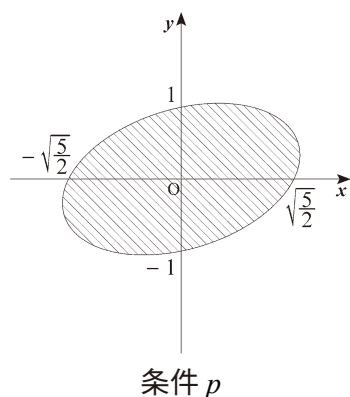
実数 a, b に関する条件 p, q を次のように定める。

$$p : (a+b)^2 + (a-2b)^2 < 5$$

$$q : |a+b| < 1 \text{ または } |a-2b| < 2$$

q を満たす整数の組 (a, b) のうち、 p を満たさないような組を一組求めよ。

のように出題されるなら、受験生は条件 p , q を ab 平面に図示することから考え始めるかもしれません。



あるいは、 $q \Rightarrow p$ の否定は「 q でありかつ p でない」ことであるから… と考え始めるかもしれません。

しかし、実際のセンター試験は4つの選択肢の中から1つ選ぶだけですから、4つの選択肢にある (a, b) の値 $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$ を順に二つの命題 p , q の不等式の a, b に代入して、

命題「 $q \Rightarrow p$ 」に対する反例になっているかどうかをチェック

することで、答を見出すのがセンター試験の解法として「正解」(?!!)となります。

同じような問題でもセンター試験の問題と記述式の問題とでは、考え方や解法まで変わってしまうことがあるのですね。

そして、「同じような内容を記述式の表現ならどのように考えるか」、「実際のセンターの問題ならどのように考えるか」、というように解法の観点から考察することも、受験生にとっては多様な数学の力をつけるいい機会にできますね。