5．微分と導関数，関数の連続性

12 次の関数を x について微分せよ。

(1) $y=(2x^2+x-1)(x^2-2x)$　(2) $y=\dfrac{x^2}{x-1}$

(3) $y=(2x-3)^6$　(4) $y=\dfrac{1}{(3x+1)^2}$

(5) $y=\sqrt[3]{x^3+1}$　(6) $y=(2\sqrt{x}+1)^3$

(7) $y=x\sqrt{1-x^2}$　(8) $y=\sin(5x-3)$

(9) $y=\tan(1-2x)$　(10) $y=x^3\cos x$

(11) $y=\sin^3 x$　(12) $y=\dfrac{x^3}{\cos x}$

(13) $y=\log(4x+1)$　(14) $y=(\log x)^3$

(15) $y=\log_2 x$　(16) $y=\dfrac{\log x}{x^2}$

(17) $y=e^x+e^{-x}$　(18) $y=x^2e^x$

(19) $y=e^{x^2}$　(20) $y=3^{-x}$

6．接線・法線の方程式，平均値の定理

13 曲線 $y=\log x$ 上の点 $(e,\ 1)$ における接線の方程式を求めよ。

14 関数 $f(x)=x^2$ のとき，$a=0$，$b=3$ に対して $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$，

$a<c<b$ を満たす c の値を求めよ。

7．関数の値と変化，最大・最小

15 関数 $f(x)=x-\sin 2x$ の $0\leqq x\leqq \pi$ における最大値と最小値を求めよ。

15．体積(1)，曲線の長さ

柱

117　放物線 $y=x^2$ と直線 $y=2x$ で囲まれた部分を D とする。
(1)　D を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。
(2)　D を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。　★

***118**　関数 $f(x)=\dfrac{\log x}{\sqrt{x}}$ $(x>0)$ は $x=\boxed{\text{ア}}$ において最大値をとる。曲線 $y=f(x)$ と直線 $x=\boxed{\text{ア}}$ および x 軸で囲まれた図形を D とするとき，D を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は $\boxed{\text{イ}}$ である。
（改 慶應義塾大）★★

119　曲線 $y=x-\sin 2x$ について次の問いに答えよ。ただし，$\dfrac{\pi}{2}\leqq x\leqq\pi$ とする。
(1)　与えられた曲線の概形をかけ。
(2)　与えられた曲線と直線 $y=x$ で囲まれる図形の面積を求めよ。
(3)　上の問い(2)で求めた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。
（改 豊橋技術科学大）★★

***120**　媒介変数表示された曲線 C：$x=e^{-t}\cos t$，$y=e^{-t}\sin t$ $\left(0\leqq t\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$ の長さ L を求めよ。
（改 京都大）★

A

***121**　座標平面上の曲線 C：$y=\sqrt{x}$ $(x\geqq 0)$ 上の点 $(1,\ 1)$ における接線を ℓ とすると，直線 ℓ の方程式は，$y=\boxed{\text{ア}}$ であり，曲線 C，直線 ℓ および y 軸で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は $\boxed{\text{イ}}$ である。
（成蹊大）★★

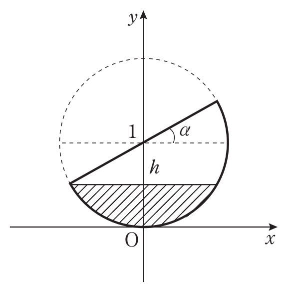
***122**　関数 $f(x)=x\sin x$ について，次の問いに答えよ。
(1)　第 1 次導関数 $f'(x)$ および第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ。
(2)　$f(x)$ は $x=0$ で極小値をもつことを示せ。
(3)　$y=f(x)$ のグラフの $0\leqq x\leqq\pi$ の部分と x 軸で囲まれた部分を D とする。D の面積を求めよ。
(4)　D を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。
（福島大）★★

123　2 つの正の定数を a，b とする。座標平面上に $(\pm a,\ 0)$，$(0,\ \pm b)$ を頂点とする楕円があり，その第 1 象限部分の曲線を C として，次の問いに答えよ。
(1)　この楕円の方程式を書け。また，楕円の $y\geqq 0$ の部分を表す方程式を $y=f(x)$ の形で書け。
(2)　(1)の $f(x)$ に関する定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{a}{2}} f(x)dx$ を求めよ。
(3)　頂点 $(a,\ 0)$，$(0,\ b)$ を結ぶ直線と曲線 C によって囲まれる領域を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。　（岩手大）★★

***124**　円 $x^2+(y-1)^2=1$ を x 軸のまわりに 1 回転させたときにできる回転体の体積を求めよ。
（東京都市大）★★

B

125　曲線 $x^2+(y-1)^2=1$ $(0\leqq y\leqq 1)$ を y 軸のまわりに 1 回転させてできる回転体の形をした容器に水が満たされている。この容器を右図に示すように角度 α だけ傾けると，水がこぼれて水面が h だけ下がった。



(1)　h と α の関係を示せ。
(2)　容器を角度 α だけ傾けたとき，容器に残った水の体積 V を α の関数として表せ。
(3)　$\alpha=\dfrac{\pi}{6}$ のとき，容器に残った水の体積は，容器を傾ける前の水の体積の何倍か求めよ。
（改 豊橋技術科学大）★★★

▶ 総合演習　p.54 問題10，p.56 問題15