12 ２次関数の最大・最小

A

143. ２次関数 $y=x^2-6x+10$ の最大値，最小値，およびそのときの x の値を考える。

(1) $y=x^2-6x+10$ のグラフをかけ。

(2) (1)のグラフから，x の値が増加するにつれて，y の値が $x \leqq a$ の範囲で減少し，$a \leqq x$ の範囲で増加することがわかる。a の値を求めよ。

(3) $y=x^2-6x+10$ の最大値，最小値があれば求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

144. 次の２次関数の最大値，最小値があれば求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。ただし，p，q は定数とする。

(1)* $y=x^2+4x+3$　　(2) $y=-2x^2-8x$

(3)* $y=-\dfrac{1}{3}x^2+4x+2$　　(4) $y=x^2-2px+q$

▨ 次の関数の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。 [**145**〜**146**]

145. (1)* $y=x^2-2x+3$ $(0 \leqq x \leqq 3)$　　(2) $y=-x^2+4x-4$ $(-1 \leqq x \leqq 3)$

(3) $y=-x^2-x+2$ $(-2 \leqq x \leqq 1)$

146. (1) $y=x^2-6x+8$ $(0 \leqq x \leqq 2)$　　(2) $y=2x^2-8x+3$ $(5 \leqq x \leqq 6)$

147. 次の関数の最大値，最小値があれば求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

(1)* $y=-\dfrac{1}{2}x^2+3x$ $(-1<x<4)$　　(2) $y=3x^2+3x-6$ $(0 \leqq x<3)$

B

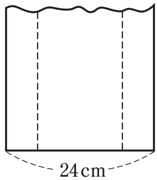
148*. 関数 $y=-2x^2+12x+c$ $(2 \leqq x \leqq 5)$ の最小値が５であるとき，定数 c の値を求めよ。また，この関数の最大値とそのときの x の値を求めよ。

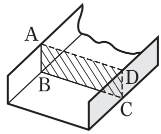
149. 関数 $y=-x^2+ax+b$ $(-2 \leqq x \leqq 2)$ は，$x=-1$ のとき最大となり，最小値は２である。このとき，定数 a，b の値を求めよ。

13 最大・最小の応用

B

150*. 幅が 24 cm の銅板がある。これを右の図のように両端から同じ長さだけ 90° に折り曲げて水を流す溝を作る。溝の断面を図のように長方形 ABCD として考えるとき，この面積を最大にするには，両端から何 cm だけ折り曲げればよいか。また，そのときの断面の面積を求めよ。





151. 直角をはさむ 2 辺の長さの和が 20 の直角三角形において，斜辺の長さ ℓ が最小になるのはどのようなときか。

例題 15　定義域に文字を含む 2 次関数の最小値

a を正の定数とするとき，関数 $y=x^2-4x+2$ $(0\leqq x\leqq a)$ の最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

着想　a の値が変化すると，関数のグラフの何が変化し，それにともなって最小値をとる x の値がどのように変わっていくのかを考える。

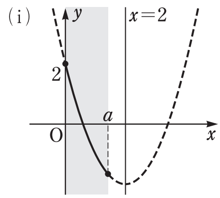
解　$f(x)=x^2-4x+2$ とすると，$f(x)=(x-2)^2-2$ より，2 次関数 $y=f(x)$ のグラフは下に凸の放物線で，軸は直線 $x=2$ である。

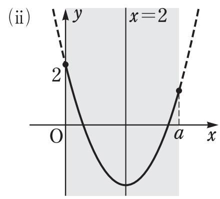
(i)　$0<a<2$ のとき
　$x=a$ で最小値 $f(a)=a^2-4a+2$ をとる。

(ii)　$a\geqq 2$ のとき
　$x=2$ で最小値 $f(2)=-2$ をとる。

よって，

$0<a<2$ のとき，$x=a$ で最小値 a^2-4a+2
$a\geqq 2$ のとき，$x=2$ で最小値 -2





152. a を正の定数とするとき，関数 $y=2x^2-4x+3$ $(0\leqq x\leqq a)$ について，次の各値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

(1)　最小値　　　(2)　最大値

→ 例題 15