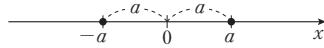


8 絶対値を含む方程式・不等式

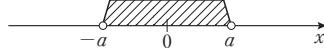
要点 1 絶対値を含む方程式・不等式の解

$a > 0$ のとき

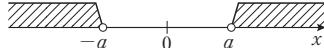
方程式 $|x| = a$ の解は,
 $x = \pm a$



不等式 $|x| < a$ の解は,
 $-a < x < a$



不等式 $|x| > a$ の解は,
 $x < -a, a < x$



要点 2 場合分けによる絶対値のはずし方

$A \geq 0$ のとき, $|A| = A$

$A < 0$ のとき, $|A| = -A$

必 須

78 【絶対値を含む方程式・不等式】次の方程式、不等式を解け。

(1)* $|x| = 4$

(2)* $|x| < 6$

(3) $|x| \geq 3$

►教 p. 44 例題 31

79 【絶対値を含む方程式】次の方程式を解け。

(1)* $|x - 5| = 3$

(2) $|7 - x| = 3$

(3)* $|2x| = 8$

(4) $|4x + 2| = 6$

►教 p. 44 例題 12

80 【絶対値を含む不等式】次の不等式を解け。

(1) $|x - 3| < 2$

(2) $|x + 5| > 1$

(3) $|-3x| \geq 2$

(4)* $|2x + 1| \leq 3$

(5) $\left| \frac{1}{3}x - 1 \right| > 5$

(6) $|3 - 2x| < 2$

►教 p. 45 例題 13

演習

81 不等式 $1 < |5x + 1| \leq 6$ を解け。

→80

82 次の式の絶対値をはずせ。

(1)* $|x - 5|$

(2) $|2 - x|$

(3)* $|2x - 6|$

(4) $|3x + 2|$

►教 p. 46 例題 1

83 次の方程式を解け。

$$(1)^* |x+1|=3x$$

$$(2) \quad |x-5|=2x-1$$

$$(3) \quad |2x-3|=x-1$$

►教 p. 46 例題 1

84 次の不等式を解け。

$$(1) \quad |x+1|>3x$$

$$(2)^* |x-1|<2x$$

$$(3)^* |3x-1|\geq x+2$$

►教 p. 47 例題 2

応用

例題 6 絶対値を含む方程式

方程式 $|x+1|+|x-2|=5$ を解け。

方針 絶対値記号の中の式を 0 以上と 0 未満で場合分けする。

どのような x に対しても $x+1>x-2$ であるから、次の 3 つの場合を考えられる。

(i) $x+1<0$ かつ $x-2<0$ の場合

←これを満たす x の値の範囲は、

$$x < -1$$

(ii) $x+1\geq 0$ かつ $x-2<0$ の場合

←これを満たす x の値の範囲は、

$$-1 \leq x < 2$$

(iii) $x+1\geq 0$ かつ $x-2\geq 0$ の場合

←これを満たす x の値の範囲は、

$$x \geq 2$$

解 (i) $x < -1$ のとき、与えられた方程式は、

$$-(x+1)-(x-2)=5$$

これを解くと、 $x=-2$

これは、条件 $x < -1$ を満たすから解である。

(ii) $-1 \leq x < 2$ のとき、与えられた方程式は、

$$(x+1)-(x-2)=5$$

このとき、(左辺)=3 となり不適。

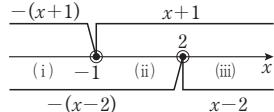
(iii) $x \geq 2$ のとき、与えられた方程式は、

$$(x+1)+(x-2)=5$$

これを解くと、 $x=3$

これは、条件 $x \geq 2$ を満たすから解である。

(i)～(iii)より、方程式の解は、 $x=-2, 3$



85 次の方程式を解け。

$$(1)^* |x+2|+|x-1|=5$$

$$(2)^* |x-2|+2|x-4|=6$$

$$(3) \quad |x|+|x+2|=-x+1$$