

落体の運動



1 落体の運動

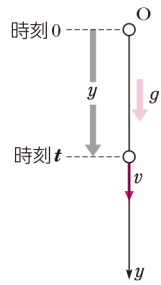
1 **重力加速度** 重力だけがはたらくときの運動の加速度。空気抵抗が無視できれば、物体の形や質量によらず一定である。向きは鉛直下向きで、大きさはおよそ $g=9.8 \text{ m/s}^2$ である。

2 自由落下

初速度 0 で落下させたときの運動。

正の向き	鉛直下向き
初速度	0
加速度	g

$$\begin{cases} v = gt \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \\ v^2 = 2gy \end{cases}$$

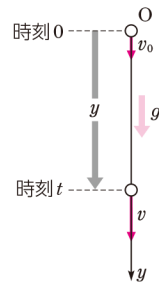


3 鉛直投げおろし

初速度 v_0 で投げおろしたときの運動。

正の向き	鉛直下向き
初速度	v_0
加速度	g

$$\begin{cases} v = v_0 + gt \\ y = v_0t + \frac{1}{2}gt^2 \\ v^2 - v_0^2 = 2gy \end{cases}$$



STEP 0

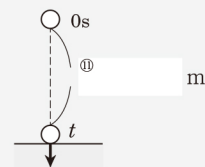
1. 物体を静かにはなすとき、初速度は^①]と考えることができる。
2. 重力だけがはたらくときの運動の加速度を^②]といい、空気抵抗が無視できれば、物体の形や質量によらず一定である。鉛直下向きで加速度の大きさはおよそ^③] m/s^2 である。
3. 小球を静かに落としてから 0.50 s 後の速さは何 m/s か。

④ 向きを正として自由落下の式を用いる。ここでは t が与えられて v を求めるから、「 $v=gt$ 」で、 $g=$ ⑤ m/s^2 、 $t=$ ⑥ s とおいて、
 $v=$ ⑦ $\text{m/s}^2 \times$ ⑧ s = ⑨ m/s



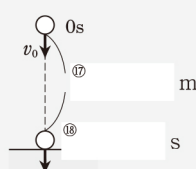
4. 地面から高さ 4.9 m のところで小石を静かに落とした。地面に達するのは何 s 後か。

⑩ 向きを正として自由落下の式を用いる。ここでは y が与えられて t を求めるから、「 $y=\frac{1}{2}gt^2$ 」で、 $y=$ ⑪ m、 $g=$ ⑫ m/s^2 とおいて、
 $\text{⑬ m} = \frac{1}{2} \times \text{⑭ m/s}^2 \times t^2$
 したがって、 $t=$ ⑮ s



5. 地面から高さ 9.8 m のところで小石を投げおろしたところ、1.0 s 後に地面に達した。小石の初速度の大きさは何 m/s か。

⑯ 向きを正として鉛直投げおろしの式を用いる。ここでは y および t が与えられて v_0 を求めるから、「 $y=v_0t + \frac{1}{2}gt^2$ 」で、 $y=$ ⑰ m、
 $t=$ ⑱ s、 $g=$ ⑲ m/s^2 とおいて、
 $\text{⑳ m} = v_0 \times \text{㉑ s} + \frac{1}{2} \times \text{㉒ m/s}^2 \times (\text{㉓ s})^2$

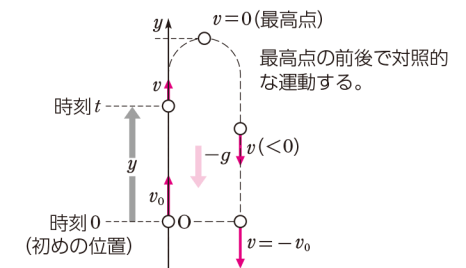


まめフィジ:重力加速度 スマートフォンでは、重力加速度を検知することで上下方向を認識している。
 したがって、 $v_0=$ ㉔ m/s

4 鉛直投げ上げ 初速度 v_0 で投げ上げたときの運動。

正の向き	鉛直上向き
初速度	v_0
加速度	$-g$

$$\begin{cases} v = v_0 - gt \\ y = v_0t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v^2 - v_0^2 = -2gy \end{cases}$$

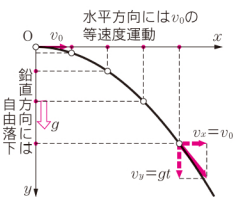


2 放物運動

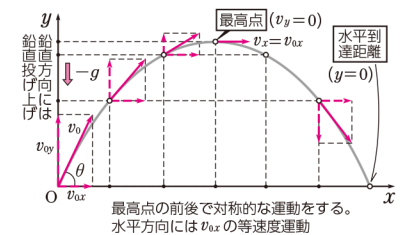
発展

5 水平投射 初速度 v_0 で水平方向に投げ出したときの運動。

- 水平方向…速度 v_0 の等速度運動
- 鉛直方向…自由落下

6 斜方投射 初速度 v_0 で水平方向から斜め上向きに投げ出したときの運動。 v_0 の x 成分、 y 成分を (v_{0x}, v_{0y}) とすると、

- 水平方向…速度 v_{0x} の等速度運動
- 鉛直方向…初速度 v_{0y} の鉛直投げ上げ



確認

1. 次の値を求めよ。ただし、平方根はそのままよい。

$19.6 \times \sin 30^\circ$ [①] $19.6 \times \cos 30^\circ$ [②]
 $58.8 \times \sin 60^\circ$ [③] $58.8 \times \cos 60^\circ$ [④]

STEP 0

1. 小球を初速度 19.6 m/s で鉛直上向きに投げ上げた。1.5 s 後の速さは何 m/s か。

① 向きを正として鉛直投げ上げの式を用いる。ここでは t が与えられて v を求めるから、「 $v=v_0 - gt$ 」で、 $v_0=$ ② m/s 、 $g=$ ③ m/s^2 、 $t=$ ④ s とおいて、
 $v=$ ⑤ $\text{m/s} -$ ⑥ $\text{m/s}^2 \times$ ⑦ s
 $=$ ⑧ m/s

2. 小球を初速度 4.9 m/s で水平方向に投げた。1.0 s 後の速度の水平成分 v_x と鉛直成分 v_y はそれぞれ何 m/s か。

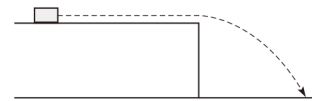
水平方向は速度⑨ m/s の⑩ 運動となるので、
 $v_x=$ ⑪ m/s
 鉛直方向の運動は⑫ となるので、鉛直下向きを正として⑬ の式を用いる。ここでは t が与えられて v を求めるから、「 $v=gt$ 」で、 $g=$ ⑭ m/s^2 、 $t=$ ⑮ s とおいて、
 $v_y=$ ⑯ $\text{m/s}^2 \times$ ⑰ s
 $=$ ⑱ m/s



例題 11 物体にはたらく力

→ STEP2 26

上面がなめらかで水平な台の上に小物体を置き、水平方向に初速度を与えてはなしたところ、小物体は台の上をすべり、台の端から水平方向に飛び出した。このとき、次の(1)~(3)の場合について、小物体にはたらくている力を作図し、どのような力がはたらくているかを説明せよ。ただし、空気の抵抗力は無視できるものとする。



- (1) 初速度を与える前の台の上で静止しているとき
- (2) 初速度を与えた後、台の上で等速直線運動をしているとき
- (3) 机の端から飛び出してから床に達するまでの、空中で放物運動をしているとき

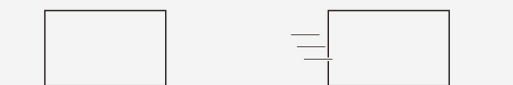
Eナビ ① 問題文で与えられた状況を読み解く

- ①「なめらか」→^①が無視できる。
- ②「水平に飛び出した」→^② 投射
水平方向には^③運動をする。
鉛直方向には^④と同じ運動をする。
- ③「静止」または「等速直線運動」→合力が^⑤である。

Eナビ ② 問題の状況を図にする・問題を解く

物体にはたらく力の矢印とどのような力なのかを記入しよう。

- (1) 静止
- (2) 等速直線運動
- (3) 放物運動



フィジ探ミニ
接触していなくても、
[^①] ははたらく。

物体にはたらく力を見つけるとき、着目している物体にまず重力を描き入れる。次に、接触しているほかの物体からはたらく力を順番に探し、上図にかきこんでみよう。

- (1) 重力のほかに、台と接触しているので、^⑥が^⑦を押す力(垂直抗力)がはたらく。
- (2) (1)と同様に小物体には台のみが接触している。したがって、^⑧が^⑨を押す力(垂直抗力)と^⑩がはたらく。
- (3) 空中を放物運動をしているとき、小物体は空気以外に接触しているものは何もない。したがって、^⑪のみがはたらくている。

エッセンスD

物体と物体が離れていてもはたらく力もある(重力など)が、ふつう、力は物体と物体が接触しているところではたらく。

エッセンスE

着目した物体に他からはたらく力(引かれる力、押される力)を記入し、他に及ぼす力(引く力、押す力)を記入しないこと。

Eナビ1 ①摩擦 ②水平 ③等速度 ④自由落下 ⑤0

Eナビ2 ⑥台 ⑦小物体 ⑧台 ⑨小物体 ⑩重力 ⑪重力

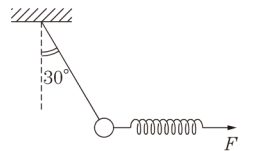
補 (2)や(3)の場合、小物体は運動しているが、速度の向きに力のはたらくはない。力は2つの物体間で同時にはたらくもので、力を及ぼす物体がない場合や、反作用の力が同時に存在しない力は考えない。



例題 12 力のつり合い

→ STEP2 30,32,33

図のように、軽くて伸び縮みしない糸の一端におもりを取り付け、糸の他端を天井に固定する。おもりを軽いばねを取り付け水平方向に引き、糸が鉛直線となす角が 30° となるように保ちおもりを静止させた。糸がおもりを引く力の大きさ T [N] とばねがおもりを水平に引く力の大きさ F [N] を求めよ。ただし、おもりにはたらく重力の大きさを 3.0 N とする。

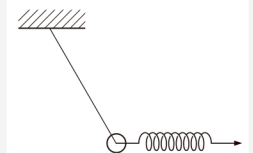


Eナビ ① 問題文で与えられた状況を読み解く

- ①「軽い」→^①が無視できる。
- ② おもりは静止しているので、エッセンスF「力のつり合いの問題の解き方の手順」にしたがって考える。

Eナビ ② 問題の状況を図にする

おもりに着目して、おもりに はたらく力(おもりが受ける力)のみを矢印で記入する。他の物体にはたらく力はいらない。



Eナビ ③ 問題を解く

作図した力を2方向に分解してみよう(この場合、水平方向と鉛直方向に分解すると考えやすい)。糸がおもりを引く力の水平成分の大きさは^②、鉛直成分の大きさは^③となるので、

$$F = \text{④} \dots\dots \text{① (水平方向のつり合い)}$$

$$\text{⑤} = 3.0 \text{ N} \dots\dots \text{② (鉛直方向のつり合い)}$$

②より、

$$T = \frac{3.0 \text{ N}}{\text{⑥}} = 3.0 \text{ N} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \text{ N} = 3.46 \dots \text{ N}$$

$$\approx 3.5 \text{ N} \dots\dots \text{③}$$

①に③を代入して、

$$F = 2\sqrt{3} \text{ N} \times \text{⑦} = 2\sqrt{3} \text{ N} \times \frac{1}{2} = \sqrt{3} \text{ N} \approx 1.7 \text{ N}$$

別解 右図のように、力のベクトル図を描き、図から考えてもよい。

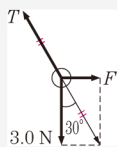
この場合、図より、 $\tan 30^\circ = \frac{F}{3.0 \text{ N}}$ 、 $\cos 30^\circ = \frac{3.0 \text{ N}}{T}$ が成り立つ。

したがって、 $F = 3.0 \text{ N} \times \tan 30^\circ = 3.0 \text{ N} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \text{ N} \approx 1.7 \text{ N}$

$$T = \frac{3.0 \text{ N}}{\cos 30^\circ} = 3.0 \text{ N} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \text{ N} = 3.46 \text{ N} \dots \approx 3.5 \text{ N}$$

エッセンスF

- 力のつり合いの問題の解き方の手順
- ① 1つ1つの物体に着目。
 - ② その物体に他からはたらく力(他から受ける力)を図示。
 - ③ 互いに垂直で適当な2方向に力を分解し、各方向での力のつり合いを考える。



フィジ探ミニ
[^①] とばねが引く力の合力の大きさが、糸が引く力の大きさに等しい

Eナビ1 ①質量 Eナビ2

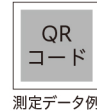
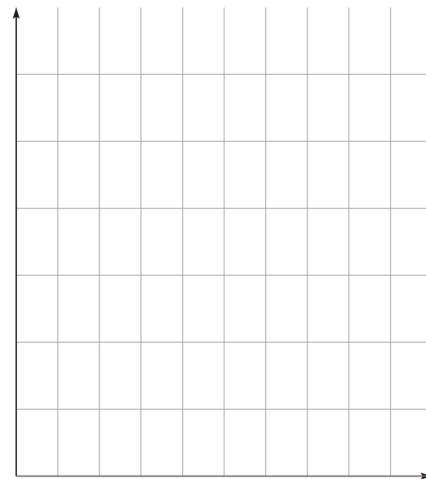
Eナビ3 ② $T \sin 30^\circ$ ③ $T \cos 30^\circ$ ④ $T \sin 30^\circ$ ⑤ $T \cos 30^\circ$ ⑥ $\cos 30^\circ$ ⑦ $\sin 30^\circ$

実験 1 電車の速度の変化の様子

方法 電車が駅を出発してから次の駅で停車するまでの電車の速度を記録する。

測定結果

時刻 (s)	速度 (km/h)	時刻 (s)	速度 (km/h)	時刻 (s)	速度 (km/h)
0		60		120	
5		65		125	
10		70		130	
15		75		135	
20		80		140	
25		85		145	
30		90		150	
35		95		155	
40		100		160	
45		105		165	
50		110		170	
55		115		180	



- 測定データを記入し、上の表を完成させよう。
- 電車が出発した時刻を 0 s として横軸に時刻、縦軸に速度をとり、 v - t グラフをかいてみよう。
- 次の 3 つの区間に分け、1 s あたりの電車の速度はいくら増加または減少しているか計算しよう。
 - 区間① 駅を出発したあと、速度が大きくなっているとき。
 - 区間② (最高速度に近づき,) 速度の変化がゆるやかになっているとき。
 - 区間③ 次の駅に到着する前にブレーキをかけられて速度が小さくなっているとき。

フィジ探ミニ

電車の v - t グラフから区間①を決め、1 s あたりの電車の速度の変化を求めてみよう。

- 時刻 [①] s から [②] s で速度が大きくなっている。
- 区間①は [③] s - [④] s = [⑤] s で [⑥] km/h 増加している。
- 区間①は、1 s あたり [⑦] km/h 増加している。

同様に、区間②、区間③についても考えてみよう。

- 区間② [], 区間③ []
- 得られた結果やグラフから考察してみよう。

単位時間あたりの速度の変化を、速度の変化の様子を表す量として用いることで、物体の運動の変化をとらえることができる。このような、単位時間あたりの速度の変化を [⑧] (単位 m/s^2) といい、 v - t グラフの傾きで表される。

- 速度の単位を m/s に変換して、各区間の加速度を有効数字 2 桁で求め、右の表をうめてみよう。

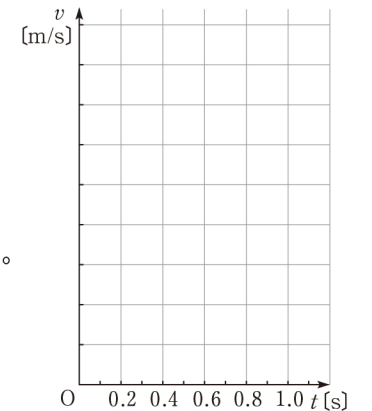
区間	時刻 (s)	速度		速度の変化 (m/s)	加速度 (m/s^2)
		(km/h)	(m/s)		
①					
②					
③					

実験 2 斜面を下る模型自動車の運動

方法 なめらかな斜面上で模型自動車を静かにはなしストロボ写真を撮影して運動を解析する。

測定結果

時刻 (s)	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
物体の位置 (cm)						
2 点間の距離 (m)						
2 点間の平均の 速さ (m/s)						



- 測定データを記入し、上の表を完成させよう。
- 上の表をもとに、時刻 t と速さ v との関係を右のグラフに表そう。
- 得られた結果やグラフから考察してみよう。

v - t グラフの傾きは [⑨] を表すから、模型自動車の加速度の大きさはおよそ [⑩] で一定であることがわかる。
このような加速度が一定の直線運動を [⑪] という。

- (3) で考察した運動が時刻 1.0 s の後も続いているとき、右の表を完成させよう。

時刻 (s)	1.0	1.2	1.4	1.6
物体の位置 (cm)				
2 点間の距離 (m)				
2 点間の平均の 速さ (m/s)				

- (3) で考察したように、加速度の大きさが [⑫] で一定と考えて、時刻 1.0 s の後の 2 点間の平均の速さを計算で求めてみよう。



2 点間の平均の速さがわかれば 2 点間の距離を計算することができ、それぞれの時刻における模型自動車の位置を求めることができますね。

- 時刻 t と速さ v の関係を式で表してみよう。

フィジ探ミニ

加速度 a は、経過時間 Δt 、速度変化 Δv を用いて $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ と表される。

したがって、[⑬] $= \frac{(v-0)}{(t-0)}$ となり、 $v =$ [⑭] となる。

測定データがこの式にあてはまるか確かめてみよう。