

6-1

深めるテーマ

ひろげるテーマ

対応学年

使用する数学的思考

『立体の切断の基礎』

1年 2年

基本概念

考察力

活用力



「立体を平面で切る」ことを頭の中でイメージするのは難しいですね。

このテーマでは、1つ1つポイントを整理していきながら立体の切り口について考えましょう。

●立体を切る前に……

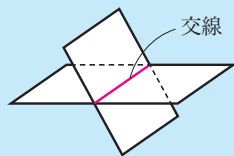
いきなり立体で考えるのではなく、まずは平面で考えてみましょう。

2つの平面が交わるとき、交わっている部分はどのような図形になるでしょうか。

想像できましたか？

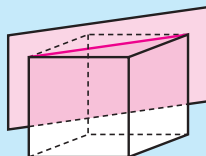
答えは、下の図からわかるように「1つの直線」となります。この直線を「交線」といいます。

2つの平面が交わるとき



交わった部分は
1つの直線
になる！

平面と立体が交わるとき



1つの面に
2つ以上の線分は
あらわれない！

よって、2つの平面が交わるとき、交わった部分は1つの直線にしかならないので、立体を平面で切ったとき、立体の1つの面に切り口の図形の辺が2つ以上現れることはありません。

●「立体の切り口」はどんな形になるかな？

右の図のような直方体を考えるとき、

線分ACと点Fをふくむ平面Pで直方体を切ったときの

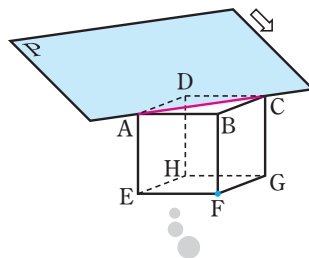
切り口の図形はどのようなになるでしょうか。

みなさんは、「同じ直線上にない3点を通る平面は1つしかない」ことを学びましたね。では、どの3点が決まれば平面（切り口）が決まるのでしょうか？

線分ACと点Fをふくむ平面で切るということは、

平面Pは直方体の3点A, C, Fを通る

ということになりますね。よって、この3点をふくむ図形を作図しましょう。

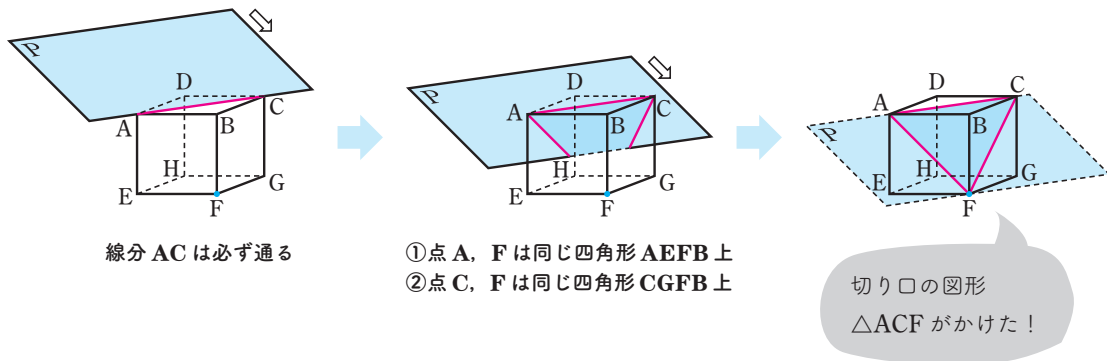


どの3点を通る？

ここで、作図する際の1つ目のポイントです。

ポイント1 同一平面上にある2点は結ぶことができる！

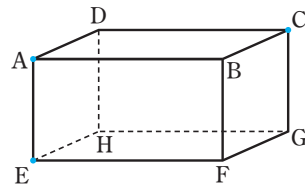
同一平面上にある2点は結ぶことができ、結んだ線分は切り口の図形の1辺になります。
これをふまえて先ほどの問題を考えると、



切り口の図形をかくことができましたね！

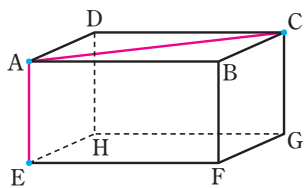
では、もう1問考えてみましょう。

右の図のような直方体を考えるとき、3点 A, C, E を通る平面で直方体を切ったときの切り口の図形はどのようになるでしょうか。



先ほどの問題と同じように考えてみましょう。ポイント1を利用してありますが、この解答は間違っています。

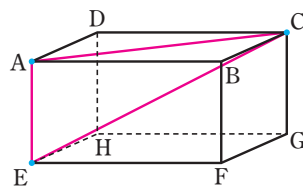
どこが間違っているのでしょうか？ 考えたら次のページに進みましょう。



線分 AE, AC をひく



誤答



切り口の図形は $\triangle ACE$ だ！

点 C, E は面 $AEGC$ 上にあるので、線分 CE をひく

2 - 6

深めるテーマ

ひろげるテーマ

対応学年

使用する数学的思考

『文字の意味～使う文字は決まっている?～』

1年

2年

基本概念

考察力

活用力

みなさんはこれから、 a や b , x や y などのいろいろな文字をあつかっていきます。

一般に、数学で表される文字には、大きく分けると次のような見方があります。

① 数の代表

② 未知数

③ 変数

④ 文字定数

例えば、『 x についての方程式 $3x+5=2$ 』という場合、この式では「 $=$ 」が成り立つ「 x 」がわからないので、この「 x 」を②「未知数」として使っています。(ちなみに、この等式を満たす x の値を、方程式の「解」といいます。)

また、『1次関数 $y=3x+2$ 』といった場合、「 x 」の値が変化するとともに、「 y 」の値が変化するので、わからない未知数ではなく、いろいろな数をあてはめる ③「変数」として、「 x 」、「 y 」を使っています。

さらに、このような1次関数の式は、『1次関数 $y=ax+b$ 』と表せますね。先ほどの「 $y=3x+2$ 」と見くらべると、 $y=3x+2$ は、 $y=ax+b$ の「 $a=3$, $b=2$ 」のときです。 a , b にもいろいろな数が入りますが、変数 x , y と違い、決まった数を表しているので、④「文字定数」として使っています。したがって、文字が複数入っている式の場合、「1次関数 $y=ax+b$ (a , b は定数)」のように、定数を表す文字にはただし書きがあります。

これに対して、奇数『 $2n-1$ 』や偶数『 $2n$ 』を表した『 n 』は、①「数の代表」として使われています。正の奇数は、1, 3, 5, 7, 9, ……となりますが、このような数の羅列ではなく、『 n 』を使うことで簡潔に表せたり、 $n=10$ とすれば、10番目の正の奇数である19を表したりすることができます。ここで、次の例を見てみましょう。

- 例

213 が何番目の正の奇数になるか求めてみる。

n を自然数とすると、正の奇数は $2n-1$ で表せるので、

$$2n-1=213 \text{ より, } n=107$$

よって、213 は 107 番目の正の奇数。

213 が何番目の正の奇数かを求めているので、「未知数」

次に、100 番目の正の奇数を求めてみると、

$$n=100 \text{ を代入して,}$$

$$2 \times 100 - 1 = 199$$

$n=100$ のときの正の奇数を求めているので、「数の代表」

よって、100 番目の正の奇数は、199。

この例で使われている『 n 』は、前半と後半とでは違う意味の文字としてあつかわれています。

このように、文字はそのときの場面や条件でいろいろな役割をもちます。また、先ほどの1次関数のように、1つの文字式の中に変数や定数といった、いろいろな役割をもった文字が存在する式もあります。これから、数や式を文字で表すことが多くなりますが、1つ1つの文字がどのような役割をしているかをよく考えながら式を読み解くようにしましょう。

ここまでは、式の中であつかう「文字の意味」について紹介しましたが、数学では文字の利用はほかにもあります。三角形ABCを「 $\triangle ABC$ 」とするように、図形や点を表すときにも文字を使いますよね。基本的には、使う文字は何を使ってもよいことになっています。

自然数は「 n 」を使って表しましたが、 n を使いたくないなら違う文字を使っても構いません。しかし、どの教科書や本を見ても、たいてい自然数は「 n 」で表されています。これはなぜでしょうか。

数学では本来どの文字を使ってもよいのですが、誰が見たとしてもその文字が何を表しているかわかるように、よく使われる文字があります。例えば、原点はOで表します。これは、原点は英語で「origin」といい、その頭文字のOを使っているのです。

絶対にこうしないといけないわけではないですが、慣例として使われている文字の使い方のほうが読んでもらいやすいということです。それでは、いくつか紹介しましょう。

代表的な文字

多角形の頂点： $A, B, C, \dots$

辺の長さは小文字： $a, b, c, \dots$

定数： $a, b, c, \dots$

未知数： x, y, z

点： P (point)

2点以上あるときは、 $Q, R, \dots$ を

順に使う

中点： M (middle point)

直線： ℓ (line)

2本目は次の m を使う

長さ： ℓ (length)

面積： S (spread, summation など)

体積： V (volume)

自然数： n (natural number)

2つあるときは前の m を使う

素数： p (prime number)

2つあるときは次の q を使う

距離： d (distance)

高さ： h (height)

円の半径： r (radius)

確率： p (probability)

これらが中学数学で使う代表的なものです。高校数学を学習すると少し増えます。

今後、新しく出てきた文字がなぜこのアルファベットを使うのか、気になるのであれば自分で調べてみましょう。新たな発見があるかもしれません。