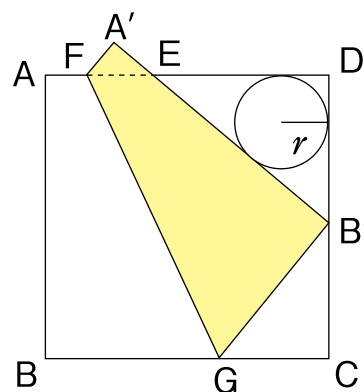


2 和算研究家 深川英俊先生が選んだ1問

問 題

正方形の紙ABCDがある。頂点Bを辺CD上に折り込み、その折り目をFGとする。辺ABの移った先A'B'が辺ADと交わる点をEとする。このとき、直角三角形B'DEの内接円の半径 r と等しい線分はあるか。証明を付けて答えよ。



[福島県福島市の黒岩虚空蔵尊満願寺に明治26年(1893)に奉納された現存する算額からの問題]

解 答

$r = A'E$ とされる。これを示す。

点Bより線分A'B'に垂線を引き、その足をHとする。折り返しなので、

$$\angle BB'C = \angle ABB' = \angle A'B'B$$

となり、2つの直角三角形 $\triangle BB'C$ と $\triangle BB'H$ はBB'を共通辺とする合同な三角形となる。BH = BCとなり、辺A'B'はBを中心とする円に接する。

ここで、 $\triangle B'DE$ の3辺と内接円の半径 r について、右下の図より、

$$EB' = (DE - r) + (DB' - r) = DE + DB' - 2r$$

となるから、

$$r = \frac{DE + DB' - EB'}{2}$$

次に、辺A'B'はBを中心とする円に接することから、

$$\begin{aligned} r &= \frac{DE + DB' - EB'}{2} = \frac{(AD - AE) + (DC - CB') - B'E}{2} \\ &= \frac{(AD - EH) + (DC - HB') - B'E}{2} \end{aligned}$$

ここで、 $EH + HB' = A'B' - A'E$ 、 $B'E = A'B' - A'E$ を代入して、

$$r = \frac{AD + DC - 2A'B' + 2A'E}{2} = A'E$$

これで証明できた。

