

問題 4 の各賞の講評

金賞

大阪府立大手前高等学校 深川 久先生

銀賞

(三重) 鈴鹿高等学校 岩佐純巨先生
熊本県立熊本高等学校 小坂和海先生

銅賞

該当者なし

金賞 深川 久先生：

平面と平面、平面と直線の位置関係を明確にし、定量的には正射影を考えることにより、 $\triangle XMY$ が最大・最小となる状況を、点 Y と直線 MN の距離の最大・最小の問題に帰着されています。さらにその距離の最小値・最大値をとる点を、図形的考察による完璧な論証で明確にし、最後は三平方の定理だけで結論を導かれました。見事な考察と、その解答の完璧な点は、金賞にふさわしいと考えました。

じつは、銀賞、銅賞も考え方は金賞の解答と同じです：

平面と平面、平面と直線の位置関係を明確にし、定量的には正射影を考えることにより、 $\triangle XMY$ が最大・最小となる状況を、点 X (あるいは点 Y) と直線 MN の距離の最大・最小の問題に帰着されています。さらにその距離の最小値・最大値をとる点を、きれいな作図により説明されました。本質的に金賞の位置にあると考えましたが、(わかりやすいとは言え) やや図形に依拠して議論を省かれていた点を考慮させていただきました。ただしその際、とくに最大値をとるときの状況を説明する図が、岩佐純巨先生の解答の方がより説得的であるという点に鑑み銀賞を、小坂和海先生の解答に銅賞を差し上げるということにいたしました。なお、この議論において、小坂先生の解答については、図に頼るというよりは、有界閉区間においては、連続関数 (今の場合は 2 次関数) は必ず最大・最小を持つという事実をインプリシットに使われていると思うべきであったかもしれません。

細かいことですが、後半においては、点 Y に着目しても点 X に着目しても議論は本質的に変わりませんが、(最終結論から考えても) 点 Y で考える方が範囲の指定が容易であるという点で一日の長があります。

(九州大学教授・若山 正人)