

## 問題 2 の別解

銅賞

島根県立松江南高等学校

ながの ひろし  
長野 宏

正方形 $ABCD$ の一辺の長さを $a$ とする。

まず $\triangle B'DE$ の三辺の長さの和が $2a$ となることを示す。

辺 $BG$ の長さを $x$ とすると  $GB' = x$ ,  $GC = a - x$ ,

$$CB' = \sqrt{GB'^2 - GC^2} = \sqrt{2ax - a^2}$$

これより $\triangle GCB'$ の三辺の長さの和 $l_1$ は

$$l_1 = x + (a - x) + \sqrt{2ax - a^2} = a + \sqrt{2ax - a^2}$$

また  $B'D = a - CB' = a - \sqrt{2ax - a^2}$  であり

$\triangle GCB' \sim \triangle B'DE$ であるから $\triangle B'DE$ の三辺の長さの和を $l_2$ とすると

$$l_1 : l_2 = GC : B'D = a - x : a - \sqrt{2ax - a^2}$$

$$\text{よって } l_2 = \frac{l_1 \times B'D}{GC} = \frac{(a + \sqrt{2ax - a^2})(a - \sqrt{2ax - a^2})}{a - x} = \frac{2a^2 - 2ax}{a - x} = 2a$$

以上で $\triangle B'DE$ の三辺の長さの和が $2a$ であることが示された。

$\triangle B'DE$ の内接円と辺 $EB'$ ,  $B'D$ ,  $DE$ との接点をそれぞれ $H$ ,  $K$ ,  $J$ とすると

$JE = EH$ ,  $B'K = B'H$ がいえて

$$2a = DE + EB' + B'D = (DJ + JE) + EB' + (B'K + KD)$$

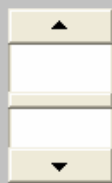
$$= (r + JE) + EB' + (B'K + r) = 2r + (JE + B'K) + EB'$$

$$= 2r + EB' + EB' = 2r + 2EB' \quad \text{ゆえに } r = a - EB'$$

また $A'E = a - EB'$ であるから  $A'E = r$  (証明終)

啓林館 第2問

$CB' = 0.45 a$



アニメーションの  
開始/停止

ヒント1

補助線1

補助線2

ヒント2

補助線3

補助線4

