

問題 2 の別解

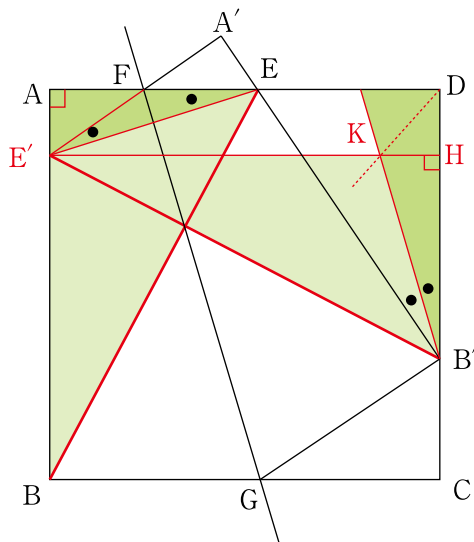
金賞

(三重) 鈴鹿高等学校

いわさ
岩佐

じゅんきよ
純巨

線分 $A'F$ の延長が辺 AB と交わる点を E' とし、点 E' から辺 CD に下ろした垂線の足を H とする。また、 $\angle DB'E$ の二等分線と線分 $E'H$ の交点を K とする。



$\triangle ABE$ と $\triangle HE'B'$ において、

$$\angle BAE = \angle E'HB' = 90^\circ$$

$$AB = HE' (= AD)$$

$$EB = E'B' \text{ (対称性より)}$$

したがって、 $\triangle ABE \equiv \triangle HE'B'$ ……①

$\triangle AEE'$ と $\triangle HB'K$ において、

$$\angle EAE' = \angle B'HK = 90^\circ$$

$$AE = HB' \text{ (①より)}$$

さらに、対称性より $FE = FE'$ だから、

$$\angle AEE' = \frac{1}{2} \angle A'FE = \frac{1}{2} \angle DB'E = \angle HB'K$$

したがって、 $\triangle AEE' \equiv \triangle HB'K$ ……②

対称性および②より、

$$A'E = AE' = HK = DH$$

となるから、直線 DK は $\angle EDB'$ の二等分線である。

以上より、点 K は $\triangle B'DE$ の内心であり、内接円の半径 $r = DH$ は線分 $A'E$ と等しくなる。