

問題 1 の別解

銅賞

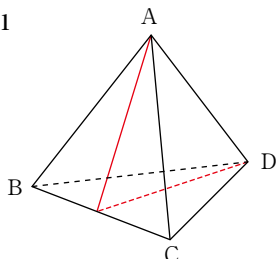
岡山白陵中学校・高等学校

たからぎ
寶木

みちお
道郎

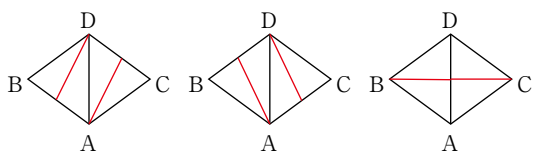
(i) 1つの辺に2つの垂線の足がある場合 (図1)

図1



その辺を BC として残りの面 BAD, 面 CAD にどのように垂線が描けるかを考える。
その描き方は, $3 \times 3 = 9$ 通りある。

図2



この場合, 回転で一致するのは BC の中点と AD の中点を結ぶ直線を軸とした 180° の回転を考えればよいから, 対称なのは図2の3通りである。

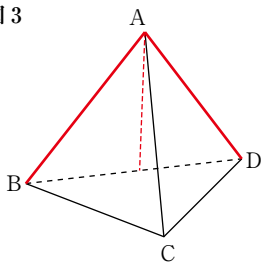
よって, 9通りのうち $(9-3)$ 通りは回転によって他の描き方に重なる。
よって, 1つの辺に2つの垂線の足がある場合は, 全部で

$$\frac{9-3}{2} + 3 = 6 \text{ (通り) である。}$$

(ii) 1つの辺に1つのみ垂線の足がある場合

6つの辺のうち4つの辺に垂線が下ろされているが, 垂線が下ろされていない2辺の位置関係に着目する。

図3

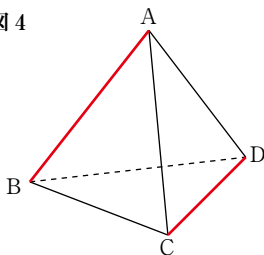


① 2辺が隣合っている場合 (図3)

この場合, 回転によって重ならない。AB, AD がその2辺とすると, A から BD に垂線が引かれる。

B から AC に垂線を引くと残り2本の垂線は一意に決まる。B から DC に垂線を引くと残り2本の垂線は一意に決まる。よって, この2通り。

図4



② 2辺が隣合わない場合 (図4)

AB, CD がその2辺とすると, B から AC に引くと残り3本の垂線は一意に決まり, B から AD に引くと残り3本の垂線は一意に決まるが, この2つは AC の中点と BD の中点を結ぶ直線を軸とした 180° の回転によって重なるから, この場合は1通り。

以上, ①②を合わせて, 1つの辺に1つのみ垂線の足がある場合は, 全部で $2+1=3$ (通り) である。

(i) (ii) より, 求める模様の総数は, $6+3=9$ (通り) である。