

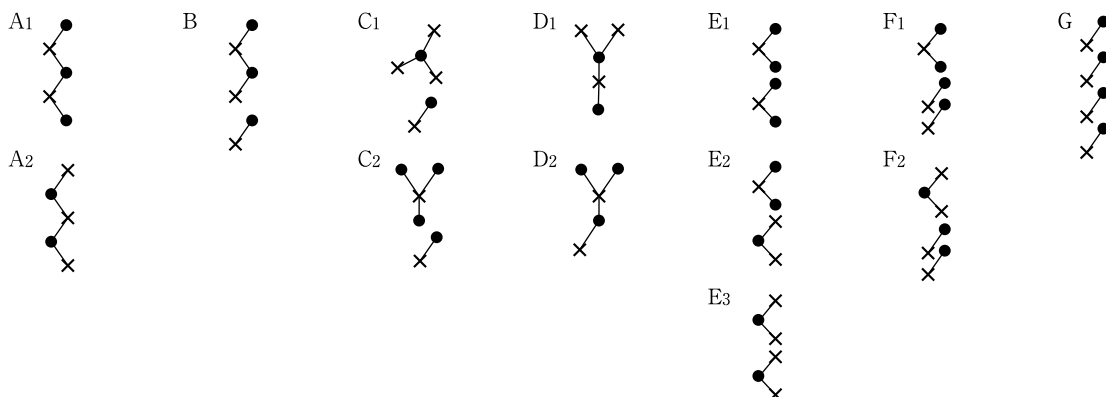
問題 1 の別解

銅賞

京都市立伏見工業高等学校

はやし かずひこ
林 一彦

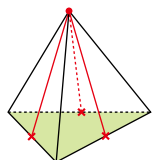
1本の垂線を●—×(●は頂点, ×は辺の中点)で表す。正4面体における4本の垂線の模様を4本の●—×の接続のパターン図で考える。例えば4本の垂線が一本の折れ線としてつながる様子は●—×—●—×—●—×—×となる。
可能性のあるパターンを分類し書きあげる。



なお●—×は明らかに存在しない。

また、正4面体上での4本の垂線であることを考慮すれば ×—×—×—× は存在しない。
×—×—× (辺の中点から3本の垂線をかく) は存在しないので、C₂, D₂ は存在しない。

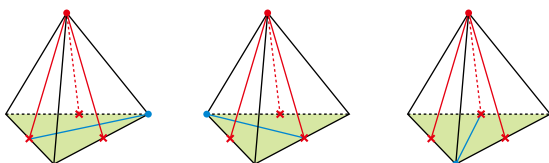
まず、C₁を考える。



赤が×—×の部分であるが、あと1本の垂線を×—×に接続することなく△に書き加えることは不可能である。よって、C₁ は存在しない。

次にD₁を考える。

C₁で考えた図にあと1本の垂線を加える。

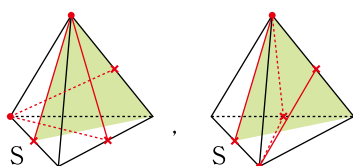


左の3通りの加え方がある様に見えるが、これらは同じ模様となり、D₁ は1通り。

次にAを考える。

A₁は正4面体上で考えてみると、一つの面に2本の垂線を書き込むこととなり、条件を満たすことが出来ない。よって、A₁ は存在しない。

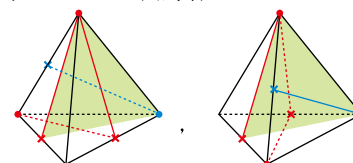
A₂はSをスタートとして折れ線を書き加えると△に関して互いに面対称となる



が考えられる。よって、A₂ は2通り。

次にBを考える。

△に関して互いに面対称となる2パターン

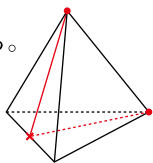


が考えられる。よって、B は2通り。

次に E₁ を考える。

まず

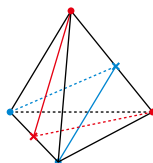
✕を入れる。



これに加えられる



一通りしかなく、

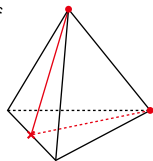


となる。

よって、E₁ は 1 通り。

E₂ E₁ と同様にまず

✕を入れ、

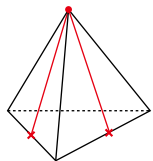


とするが、残り 2 面にすでに

書いた ✕に触れることなく ✕は書き加えられない。

よって、E₂ は存在しない。

E₃ まず ✕を入れ、



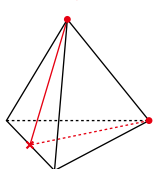
とするが、残り 2 面にすでに

書いた ✕に触れることなく ✕は書き加えられない。

よって、E₃ は存在しない。

次に F₁ を考える。

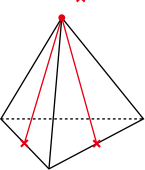
まず ✕を書き入れ、



とするが、ここにお互いに触れることなく ✕✕を加えることは出来ない。よって、F₁ は存在しない。

F₂ を考える。

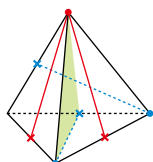
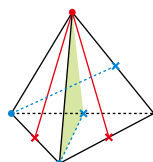
まず ✕を書き入れ、



とし、ここにお互い触れることなく ✕✕を加えると、



に関して互いに面対称な

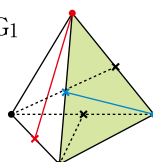


が考えられる。よって、F₂ は 2 通り。

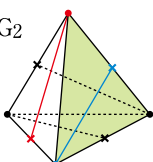
最後に G を考える。

まず ✕を書き入れ、に ✕を入れるのは 2 パターンあり、さらに残る ✕✕は、それぞれ一意的に決まる。(それぞれを G₁, G₂ とする)

G₁



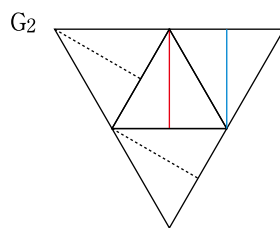
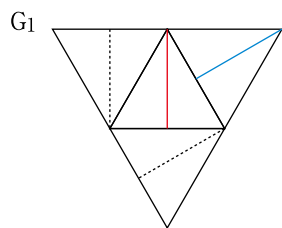
G₂



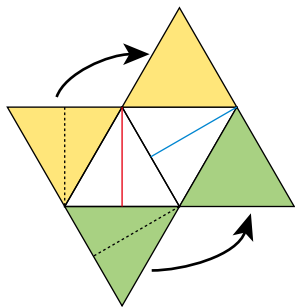
この 2 つは互いに面対称ではない。よって、ある直線を中心に回転させることにより一致する可能性がある。そこで展開図をかき、一致するかどうかを確かめる。



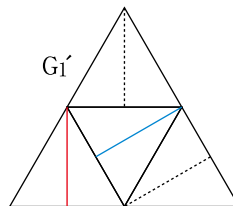
を中心に展開図を考えると,



G_1 で別の展開図を考えるため, 2つの面を左下図の様に移動させる。



すなわち→



この G_1' は 60° 回転させると
 G_2 と同じパターンとなる。
 よって, G_1 と G_2 は同一視出来,

G は 1 通り。

以上より, 垂線の入れ方は 9 通り。