

# 問題 1 の別解

銀賞

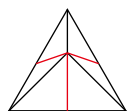
(神奈川) 明德学園相洋高等学校

さとう  
佐藤

ふとし  
大志

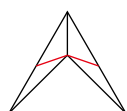
1つの頂点から引かれる垂線の本数の最大値によって場合分けすることを考える。

(I) 3本引かれるもの



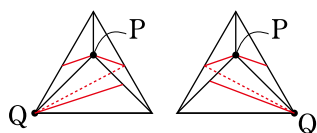
ここまですべて固定して考える。  
底面についてはどのように垂線を引いても回転により一致する。  
よって、1通り。

(II) 2本引かれるもの



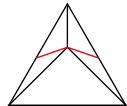
ここまですべて固定して考える。

(ア) 2本引かれる頂点が2個のもの



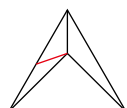
左の2つについては、重複するなら頂点Qが頂点Pの位置に来るように回転させるしかないが、いずれも自分自身に一致する。  
よって、2通り。

(イ) 2本引かれる頂点が1個のもの



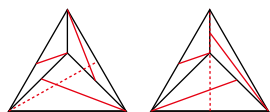
残りの側面の引き方が2通り。そのそれぞれに対し、底面の引き方が2通り。  
よって、 $2 \times 2 = 4$  通り。

(III) 1本引かれるもの



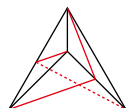
ここまですべて固定して考える。

(ア) どの垂線も共有点を持たないもの



右側面の決め方が2通り。そのそれぞれに対し他の面の決め方が1通り。しかし、その2通りは左の2つであり、これらは回転により一致する。  
よって、1通り。

(イ) 垂線が辺上で共有点を持つもの



左のもののみである。  
よって、1通り。

以上、(I) (II) (III) より、 $1 + 2 + 4 + 1 + 1 = 9$  通り…… (答)

※解答に当たって

正四面体の回転は複雑なので、円順列の考え方「1つを固定して回転をさせない」でいけるところまでいってみたいと考えました。さらに、1つの頂点からの垂線の本数で場合分けすれば回転をさせずに処理できるのではないかと思います、上記解答のようにまとめてみました。