授業プリントの例（数学Ｉ：２次不等式）

授業プリントＮｏ.１

Class［　　］ No.［　　］ Name［　　　　　　　　　　］

２次関数と不等式

①２次不等式

整理すると　$ax^2+bx+c>0$ ，$ax^2+bx+c\leqq 0$ （$a\neq 0$）のようになるものを

$\boxed{}$ という。

②２次不等式の解

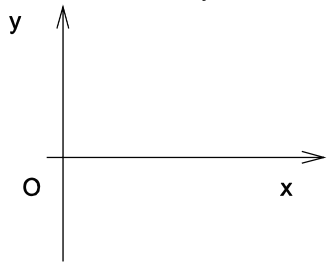
$\boxed{\text{グラフが x 軸と異なる２点で交わるとき}}$

＜例１＞

(1) $x^2-4x+3>0$　　(2) $x^2-4x+3<0$

(解)

$y=x^2-4x+3$ のｸﾞﾗﾌ



(1)　$x^2-4x+3>0$

左辺を因数分解して　　　　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　＞０

よって，不等式の解は　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(2)　$x^2-4x+3<0$

左辺を因数分解して　　　　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　＞０

よって，不等式の解は　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

＜例２＞

(1) $-x^2+x+2>0$　　(2) $-x^2+x+2<0$

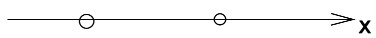
(注)

２次不等式 ⟶ x^2の係数は正にせよ！！

(解)

(1) $-x^2+x+2>0$

$y=x^2-x-2$　の略図



－１を両辺にかけて

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

左辺を因数分解して

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

よって，解は

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) $-x^2+x+2<0$

－１を両辺にかけて

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

左辺を因数分解して

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

よって，解は

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

＜例３＞

$x^2-2x-1>0$ の解　　　　←左辺は因数分解できない！！

(解)

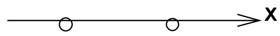
$x^2-2x-1=0$　より　$x=$　　　　←２次方程式の解の公式

x 軸との交点がでた！！

よって，解は

$y=x^2-2x-1$　の略図

↓



グラフが x 軸と接するとき

＜例１＞

(1) $x^2+2x+1>0$　　　(2) $x^2+2x+1<0$

(解)

(1) 左辺を因数分解して

一般に，　$(x+1)^2 \geqq 0$ だから，

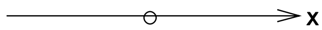
解は，

(2) 左辺を因数分解して

一般に，　$(x+1)^2 \geqq 0$ だから，

解は，

$y=x^2+2x+1$　の略図



＜例２＞

(1) $x^2+2x+1 \geqq 0$　　　(2) $x^2+2x+1 \leqq 0$

(解)

(1) 左辺を因数分解して

一般に，　$(x+1)^2 \geqq 0$ だから，

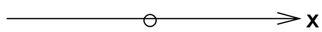
解は，

(2) 左辺を因数分解して

一般に，　$(x+1)^2 \geqq 0$ だから，

解は，

$y=x^2+2x+1$　の略図



グラフがｘ軸と交点をもたないとき

＜例１＞

(1) $x^2-2x+2>0$　　　　(2) $x^2-2x+2<0$

(解)

(1) 左辺を標準形にして　　　　$y=x^2-2x+2$　の略図

一般に，　$(x-1)^2+1>0$ だから，

解は，

(2) 左辺を標準形にして

一般に，　$(x-1)^2+1>0$ だから，

解は，

＜例２＞

(1) $x^2-2x+2\geqq 0$　　　　(2) $x^2-2x+2\leqq 0$

(解)

(1) 左辺を標準形にして　　　　$y=x^2-2x+2$　の略図

一般に，　$(x-1)^2+1>0$ だから，

解は，

(2) 左辺を標準形にして

一般に，　$(x-1)^2+1>0$ だから，

解は，

＜まとめ＞

①２次不等式

$ax^2+bx+c>0$　，$ax^2+bx+c\leqq 0$　$(a\neq 0)$　のような形になるもの

②２次不等式の解（Ⅰ）

$\alpha<\beta$のとき，

$(x-\alpha)(x-\beta)<0 \longrightarrow \alpha<x<\beta$

$(x-\alpha)(x-\beta)>0 \longrightarrow x<\alpha,\ \beta<x$

$(x-\alpha)(x-\beta)\leqq 0 \longrightarrow \alpha\leqq x\leqq\beta$

$(x-\alpha)(x-\beta)\geqq 0 \longrightarrow x\leqq\alpha,\ \beta\leqq x$

③２次不等式の解（Ⅱ）

$D=b^2-4ac<0$　，　$D=b^2-4ac=0$　のとき

$$\left.\begin{array}{l} ax^2+bx+c>0 \\ ax^2+bx+c<0 \\ ax^2+bx+c\geqq 0 \\ ax^2+bx+c\leqq 0 \end{array}\right\} \quad y=ax^2+bx+c \text{ の略図をかく} \longrightarrow \left\{\begin{array}{l} y>0 \text{ となる } x \text{ の範囲を求める} \\ y<0 \text{ となる } x \text{ の範囲を求める} \\ y\geqq 0 \text{ となる } x \text{ の範囲を求める} \\ y\leqq 0 \text{ となる } x \text{ の範囲を求める} \end{array}\right.$$

【例題１】　（Text　p.90)

２次方程式 $x^2+(k-3)x+k=0$ が実数解をもつように，定数 k の値を定めよ。

（注）

２次方程式が**実数解をもつ** $\Longleftrightarrow$ 判別式　**D≧０**

(重解でもよい)

（解）

解をもつ条件は，　判別式Ｄ　　だから

≧０

≧０

≧０　　∴

【例題２】（Text　p.90) ＜重要＞

２次方程式 $x^2+2kx+k+6>0$ の解が，すべての実数となるように，定数 k の値の範囲を定めよ。

(注)

$y=x^2+2kx+k+6$ とおくと，すべての x で $y>0$　となればいい。

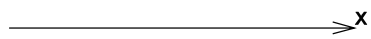
（解）

$y=x^2+2kx+k+6$ とおくと

右のようなグラフになればいい。

$x^2+2kx+k+6=0$　の判別式をＤとすると

Ｄ/4



∴

一般に，これを公式にすると

$a\neq 0$ のとき，

$ax^2+bx+c>0$ がどんな x でも成り立つ $\Longleftrightarrow$

$ax^2+bx+c<0$ がどんな x でも成り立つ $\Longleftrightarrow$

$ax^2+bx+c\geqq 0$ がどんな x でも成り立つ $\Longleftrightarrow$

$ax^2+bx+c\leqq 0$ がどんな x でも成り立つ $\Longleftrightarrow$

＜公式＞