

実験数学 **2 次不等式の解** Class [ ] No. [ ] Name [ ]

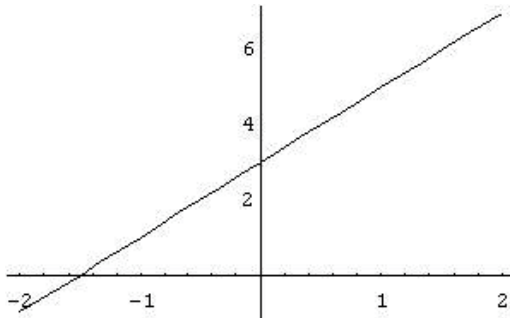
① 1 次不等式 の復習

【考察1】

(1)  $2x + 3 > 0$  の解 (2)  $2x + 3 \leq 0$  の解

《解説》

不等式をそれぞれ解くと、(1)解は、 $x > -\frac{3}{2}$  (2)解は、 $x \leq -\frac{3}{2}$   
これをグラフでみると



$y = 2x + 3$  のグラフで  
(1)は  $y > 0$  となる  $x$  の範囲  
(2)は  $y \leq 0$  となる  $x$  の範囲を  
求めていることになる。

< Mathematica によるグラフ >

実際、下の表で計算してみると

x の値	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0	0.5	1.0	1.5	2.0
y の値									
	∧	∥	∨	∨	∨	∨	∨	∨	∨
	0	0	0	0	0	0	0	0	0

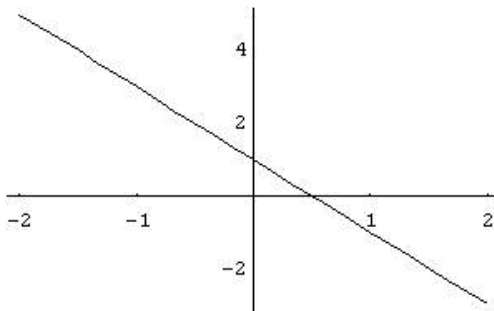
【考察2】

(1)  $-2x + 1 > 0$  の解 (2)  $-2x + 1 \leq 0$  の解

《解説》

不等式をそれぞれ解くと、(1)解は、 $x$  \_\_\_\_\_ (2)解は、 $x$  \_\_\_\_\_ となる。

これをグラフでみると



$y = -2x + 1$  のグラフで  
(1)は  $y > 0$  となる  $x$  の範囲  
(2)は  $y \leq 0$  となる  $x$  の範囲を  
求めていることになる。

< Mathematica によるグラフ >

この考察で気づいたこと・授業で質問したいこと

- $-2x+1>0$  の解 は  $2x-1<0$  として  $y=2x-1$  のグラフで解いてもよい。
- $-2x+1>0$  は  $2x<1$  としたら  $y=2x$  と  $y=1$  のグラフで考えるの？
- $x$  と  $y$  の二つ文字が出てきて、考えにくい。



② 2次不等式の解

【考察1】

(1)  $x^2 - 4x + 3 > 0$  の解 (2)  $x^2 - 4x + 3 \leq 0$  の解

《解説》

$y = x^2 - 4x + 3$  において、 $x$  のそれぞれの値に対して  $y$  の値を計算すると

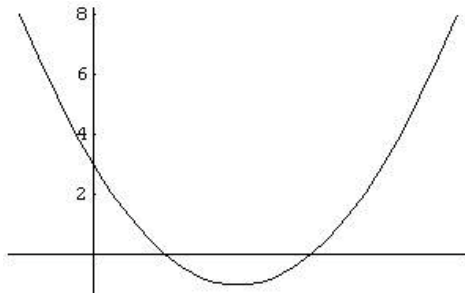
xの値	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
yの値									

$\vee$     $\vee$     $\parallel$     $\wedge$     $\wedge$     $\wedge$     $\parallel$     $\vee$     $\vee$   
 0   0   0   0   0   0   0   0   0

$x^2 - 4x + 3 > 0$  の解は、 $y > 0$  となる  $x$  の範囲を求めればよいから、上の表から解は、  
 ではないか、と予想される。

正確には、次のようにグラフを利用するとわかりやすい。

$y = x^2 - 4x + 3$  を標準形に変形（平方完成）して、 $y = (x - 2)^2 - 1$  となるから、  
 グラフは下のようになる。



グラフと  $x$  軸との交点の目盛りは、  
 $x^2 - 4x + 3 = (x - \quad)(x - \quad) = 0$  より、

$x = \quad, \quad$  となる。

< Mathematica によるグラフ >

$x^2 - 4x + 3 > 0$  の解は

よって、  
 $x^2 - 4x + 3 \leq 0$  の解は

となることがわかる。

『チャレンジ』

次の2次不等式の解を求めてみよう。

(1)  $x^2 - 3x + 2 > 0$

(2)  $x^2 \leq x + 2$

この考察で気づいたこと・授業で質問したいこと

- $x^2 \leq x + 2$  は  $y = x^2$  と  $y = x + 2$  で考察するの？
- TI-92 (Texas Instruments) でいろいろな場合を試したけど、 $x^2 - 3x + 1 > 0$  なんかはグラフの交点がきちんとならない。 $x < 0.381966, 2.61803 < x$  か？
- TI-92 で参考書の練習問題を上の解き方を試したけど、 $x^2 \leq 5x$  は  $x \leq 0, 5 \leq x$  となった。両辺を  $x$  で割って  $5 \leq x$  となってはダメ・・・？ どちらが正しいの？
- グラフで解くと平方完成するのがめんどろ。



【考察2】

(1)  $x^2 - 4x + 4 > 0$  の解      (2)  $x^2 - 4x + 4 \leq 0$  の解

《解説》

$y = x^2 - 4x + 4$  において、 $x$ のそれぞれの値に対して $y$ の値を計算すると

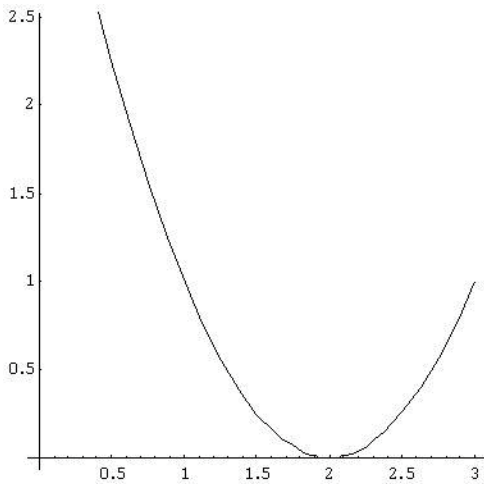
xの値	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
yの値									

$\begin{matrix} \vee & \vee & \vee & \vee & \parallel & \vee & \vee & \vee & \vee \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$

$x^2 - 4x + 4 > 0$  の解は、 $y > 0$  となる  $x$  の範囲を求めればよいから、上の表から解は、  
ではないか、と予想される。

正確には、次のようにグラフを利用するとわかりやすい。

$y = x^2 - 4x + 4$  を標準形に変形して、 $y = (x - 2)^2$  となるから、  
グラフは下のようになる。



グラフと  $x$  軸の交点の目盛りは、 $x =$  \_\_\_\_\_

(1)  $x^2 - 4x + 4 > 0$  の解は、  
 $y > 0$  となる  $x$  の範囲を求めればよいから、  
グラフより \_\_\_\_\_

となることがわかる。

(2)  $x^2 - 4x + 4 \leq 0$  の解は、  
 $y \leq 0$  となる  $x$  の範囲を求めればよいから、  
グラフより \_\_\_\_\_

となることがわかる。

『チャレンジ』

次の2次不等式の解を求めよう。

(1)  $x^2 - 6x + 9 \geq 0$

(2)  $-x^2 - 4x > 4$

この考察で気づいたこと・授業で質問したいこと

- ・2乗はゼロ以上だ…。
- ・ $\geq$ ,  $\leq$ ,  $<$ ,  $>$  で全然違う解がでるのにびっくり。
- ・グラフが全部  $x$  軸に接する場合だ。判別式  $D$  と関係がありそう。
- ・グラフの接点の  $x$  座標が解を求めるときに重要そう。



【考察3】

(1)  $x^2 - 2x + 2 > 0$  の解 (2)  $x^2 - 2x + 2 < 0$  の解

《解説》

$y = x^2 - 2x + 2$  において、 $x$  のそれぞれの値に対して  $y$  の値を計算すると

x の値	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y の値									

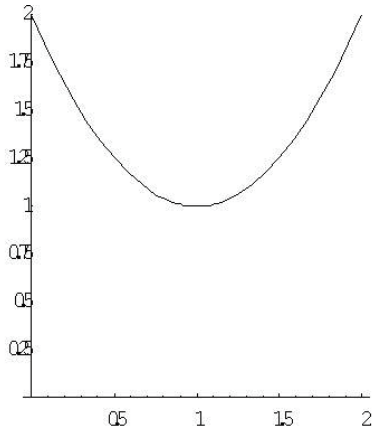
$\begin{matrix} \vee & \vee & \vee & \vee & \vee & \vee & \vee & \vee & \vee & \vee \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$

$x^2 - 2x + 2 > 0$  の解は、 $y > 0$  となる  $x$  の範囲を求めればよいから、上の表から解は、  
ではないか、と予想される。

正確には、次のようにグラフを利用するとわかりやすい。

$y = x^2 - 2x + 2$  を標準形に変形して、 $y =$  \_\_\_\_\_ となるから、

グラフは下のようになる。



(1)  $x^2 - 2x + 2 > 0$  の解は、  
 $y > 0$  となる  $x$  の範囲を求めればよいから、  
グラフより \_\_\_\_\_

となることがわかる。

(2)  $x^2 - 2x + 2 < 0$  の解は、  
 $y < 0$  となる  $x$  の範囲を求めればよいから、  
グラフより \_\_\_\_\_

となることがわかる。

『チャレンジ』

次の2次不等式の解を求めよう。

(1)  $x^2 - 2x + 2 \geq 0$

(2)  $x^2 + 4x < -4$

この考察で気づいたこと・授業で質問したいこと

- ・因数分解できないけどグラフを使えば変な解がでる……。
- ・(複素数を知っている生徒)  $x^2 - 2x + 2 < 0$  の解は  $x^2 - 2x + 2 = 0$  を解くと、  
 $x = 1 \pm i$  だから教科書が進んだら、 $1 - i < x < 1 + i$  となるはず。
- ・グラフが  $x$  軸と交わらないとき解は「すべての」とか「なし」とかになる。
- ・頂点の  $y$  座標が大切になる。
- ・グラフは下に凸でないとダメ？
- ・ $x^2 - 2x + 2 < 0$  は何を入れても成り立たないのに考える意味あるの？
- ・1次不等式にもこんな変わったな解になることあるのかな？
- ・もっと複雑な不等式もグラフを使えば解けそう。TI-92 (Texas Instruments) でもっとやってみます。

