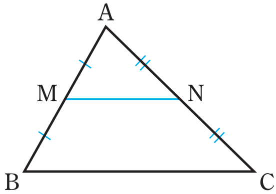
2 中点連結定理

問題集 p.18

△ABC の 2 辺 AB，AC の中点を，それぞれ，M，N とすると，線分 MN と線分 BC の間には，どんな関係があるでしょうか。



上の △ABC で，AM：AB＝AN：AC＝1：2 だから，

MN∥BC，MN：BC＝1：2

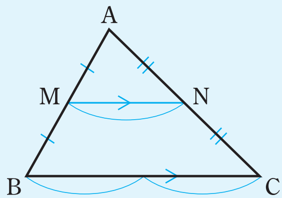
が成り立ち，次の定理が得られる。

中点連結定理

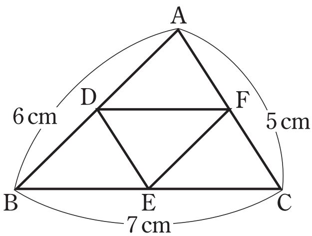
定理

△ABC の 2 辺 AB，AC の中点を，それぞれ，M，N とすると，

$$\mathbf{MN /\!/ BC,\ \ MN=\frac{1}{2}BC}$$

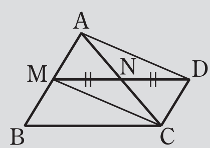


問18 右の図の △ABC で，点 D，E，F は，それぞれ，辺 AB，BC，CA の中点です。△DEF の周の長さを求めなさい。



上の中点連結定理について，MN＝ND となる点 D を考え，四角形 AMCD が平行四辺形になることを用いて，証明してみよう。

p. 56

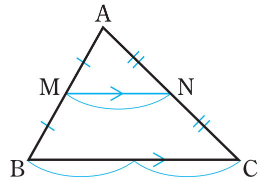


別の方法で証明してみよう

31 ページで学習した「中点連結定理」

△ABC の 2 辺 AB，AC の中点を，
それぞれ，M，N とすると，

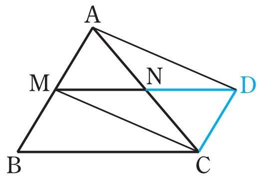
$$MN /\!/ BC, \quad MN = \frac{1}{2}BC$$



について，平行四辺形の性質を使うと，次のように証明することができます。

証明 1

MN の延長上に MN＝ND となる点 D をとると，
MN＝ND，AN＝NC より，
対角線がそれぞれの中点で交わるので，
四角形 AMCD は平行四辺形である。
よって，AM // DC，AM＝DC
これより，MB // DC
また，AM＝MB より，MB＝DC
したがって，四角形 MBCD は平行四辺形である。
よって，MN // BC
また，$MN = \frac{1}{2}MD = \frac{1}{2}BC$



また，線分の比と面積の比の関係を用いて証明することもできます。

証明 2

AM＝MB より，△AMN＝△MBN　…①
AN＝NC より，△AMN＝△MCN　…②
①，②より，
△MBN＝△MCN であるから，MN // BC
また，△ABN＝2×△MBN，△ABN＝△BNC より，
△MBN：△BNC＝1：2
よって，MN：BC＝1：2