バックナンバーはこちら

河合塾・大竹先生による

先生方のための徹底入試対策講座

第６３回　別解は何のため？

授業で別解をすると関心を示さない生徒がいる，という話を聞くことがあります．それもそのはず，入試では正しい解答を１通り書けば，それでいいわけですから．２通りの解答を書いたところで点数が２倍になるはずもありませんしね．効率優先のおトクな勉強をして合格したいと思う生徒は，わざわざ２通りの，ときには３通りの解答を見たくもないし聞きたくもない…ということでしょうね．

では，「別解は何のため？」にあるのでしょうか？

今年の入試問題の中にも，いろいろと解法のある問題があります．

例えば，新潟大・理系には，$0<x\leqq 1$のとき，不等式 $x-\frac{x^3}{3!}<\sin x<x$ が成り立つことを用いて，不等式 $-\frac{x^4}{4!}\leqq 1-\frac{x^2}{2}-\cos x\leqq\frac{x^4}{4!}$ を示すという問題がありました．

（解法Ⅰ）左の不等式を示すのに，$f(x)=\left(1-\frac{x^2}{2}-\cos x\right)-\left(-\frac{x^4}{4!}\right)$ とおくと，$0<x\leqq 1$ において

$f'(x)>0$ すなわち $f(x)$ は単調増加で，$f(x)>f(0)=0$ を示す．右の不等式も同様．

（解法Ⅱ）$x-\frac{x^3}{3!}\leqq\sin x\leqq x\ (\,0\leqq x\leqq 1\,)$ の各辺を，$\int_0^x\left(t-\frac{t^3}{3!}\right)dt\leqq\int_0^x\sin t\,dt\leqq\int_0^x t\,dt$ のように積分して，

$-\frac{x^4}{4!}\leqq 1-\frac{x^2}{2}-\cos x\leqq 0\left(\leqq\frac{x^4}{4!}\right)$ を得る．

微分法の定番の問題と思っていたものが積分法を用いても解くことが出来ました．

また，学習院大では複素数平面の問題ですが，図形の問題と捉えると見通しがよいものもあります．

$$C:|z-ia|=\frac{z-\bar{z}}{2i}$$

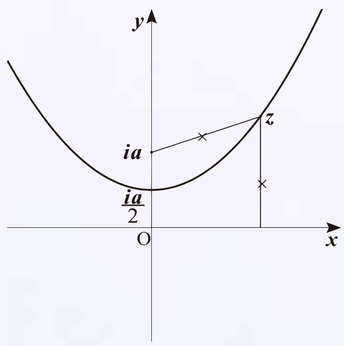
の表す図形を問うものです．

（解法Ⅰ）$z=x+yi$ とおき，C の式に代入して計算し，x，y の関係式を求める．

（解法Ⅱ）C の式の左辺は点 z と点 ia の距離を表し，右辺は z の虚部すなわち実軸

との距離を表す．これが等しいことから，C は点 ia を焦点，実軸を準線とする放物線である．

よって，x，y で表すと $4\cdot\frac{a}{2}\left(y-\frac{a}{2}\right)=x^2$ すなわち，$y=\frac{x^2+a^2}{2a}$



バックナンバーはこちら

数学の解答には，計算ミスが付き物ですが，別解でも同じ結果を得られたら，

別解は最強の検算

ですよね．さらに，別解は様々な数学の見方，考え方を身につけるチャンスとなります．別解を通して

1 題で 1 題分以上の力をつける

ことが出来るのです．

初めに話した，別解に関心のない「効率優先のおトクな勉強をして合格したいと思う生徒」は，実は最も効率の悪い勉強をしているのです．可哀想ですね……

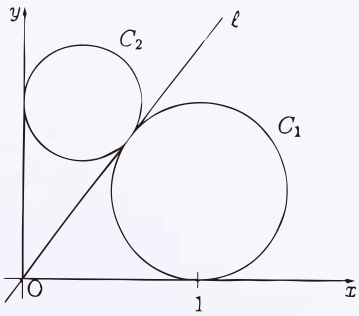
そうした効率論よしも何よりも，例えば微分の問題が積分を用いて解けたらおもしろいですよね．ほかはどうあれ，

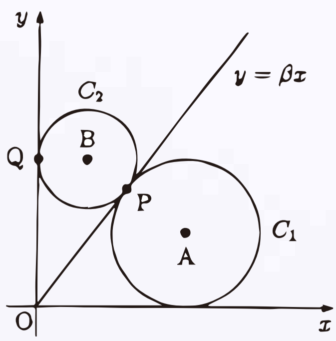
別解はおもしろがるため！

にあるのかもしれません．

「勝手に！第5回大学入試問題検定！！」前回の答は……

東京大学（前期）とそっくりの図を入試問題に出したのは，広島大学（後期）理学部（数学科）でした．いずれも今年の問題ですが，こんなこともあるのですね．





学校法人河合塾　開発研究職　数学科講師　**大竹真一**