

## CHECK POINT

## I 仕事

## 仕事

一定の大きさ  $F$  [N] の力を加え、物体を力の向きに  $s$  [m] 変位させたときの仕事を大きさ  $W$  [J] とすると、

$$W = Fs \quad \text{注意 } 1\text{ J} = 1\text{ N}\cdot\text{m}$$

力の向きと変位の向きが異なるとき、力の向きと変位の向きのなす角の大きさを  $\theta$  とすると、

$$W = F s \cos \theta$$

注意 力の垂直成分は(大きさ  $F \sin \theta$ )、重力・垂直抗力とつり合う。

## 仕事の原理

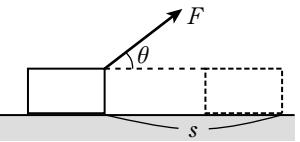
## 仕事率

道具を使っても、仕事の量は道具を使わないときと同じになる。

単位時間あたりにする仕事の量。

時間  $t$  [s] の間に力が  $W$  [J] の仕事をするとき、この力の仕事率  $P$  [W] は、

$$P = \frac{W}{t} \quad \text{注意 } 1\text{ W} = 1\text{ J/s}$$



## II 運動エネルギー

## 運動エネルギー

速さ  $v$  [m/s] で動く質量  $m$  [kg] の物体がもつ運動エネルギー  $K$  [J] は、

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{注意 } ① \text{ 仕事のできる能力のことをエネルギーといふ。}$$

$$② 1\text{ J} = 1\text{ kg}\cdot(\text{m/s})^2 = 1\text{ kg}\cdot\text{m/s}^2\cdot\text{m} = 1\text{ N}\cdot\text{m}$$

## III 位置エネルギー

## 重力による位置エネルギー

基準面から高さ  $h$  [m] の位置にある質量  $m$  [kg] の物体のもつ位置エネルギー  $U$  [J] は、重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とすると、 $U = mgh$

## 弾性力による位置エネルギー

ばね定数  $k$  [N/m] のばねが自然の長さより  $x$  [m] だけ伸びたり縮んだりしているときに蓄えられている弾性力による位置エネルギー(弾性エネルギー)  $U$  [J] は、

$$U = \frac{1}{2}kx^2$$

## IV 力学的エネルギー

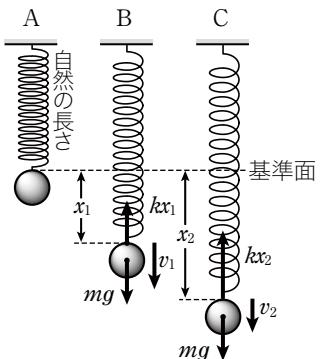
## 力学的エネルギー保存の法則

運動エネルギーと位置エネルギーの和を力学的エネルギーといい、仕事をする力が重力と弾性力のとき、力学的エネルギーは保存される。

右の図で、ばね定数を  $k$  [N/m]、物体の質量を  $m$  [kg]、B、C の自然の長さからの伸びを  $x_1$  [m]、 $x_2$  [m]、物体の速さを  $v_1$  [m/s]、 $v_2$  [m/s]、重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とすると、

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + (-mgx_1) + \frac{1}{2}kx_1^2 \quad (\text{図の B})$$

$$= \frac{1}{2}mv_2^2 + (-mgx_2) + \frac{1}{2}kx_2^2 \quad (\text{図の C})$$

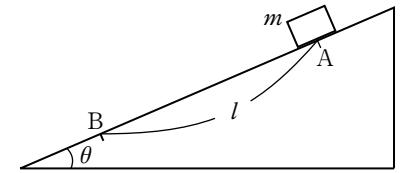


## エネルギーの保存

力学的エネルギー(運動エネルギーと位置エネルギーの和)とその他の形態のエネルギーを合わせた全エネルギーは、いかなる変化においても保存される。

## CHECK TEST

- 1 [仕事] 質量  $m$  [kg] の物体が、水平面と  $\theta$  の角をなす斜面上で点 A から点 B まですべった。AB の距離を  $l$  [m]、重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>]、物体にはたらく摩擦力の大きさを  $f$  [N] とすると、この間に(1)重力、(2)垂直抗力、(3)摩擦力によつてされる仕事はそれぞれ何 J か。

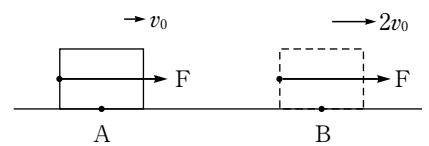


- 2 [仕事率] 高さ 20 m のビルの屋上に、水 300 kg をくみ上げるのに 70 s かかった。このときの仕事率は何 W か。ただし、重力加速度の大きさを 9.8 m/s<sup>2</sup> とする。

- 3 [仕事の原理] 動滑車を 1 つ使って質量  $m$  [kg] の物体を  $h$  [m] 引き上げるとき、動滑車をかけたひもを引く長さは何 m か。ただし、重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とし、動滑車にはたらく重力や摩擦は無視できるものとする。

- 4 [運動エネルギー] 摩擦のある水平面上で物体をすべらせる。物体の初速度の大きさを 3 倍にしたとき、静止するまでの物体が動く距離は何倍になるか。ただし、動摩擦係数は一定であるものとする。

- 5 [運動エネルギーと仕事] 速さ  $v_0$  [m/s] で摩擦などのない水平面上を運動している物体が点 A に達してから、運動の向きに一定な大きさ  $F$  [N] の力を加え続けたところ、点 B を速さ  $2v_0$  [m/s] で通過した。AB 間の距離は何 m か。

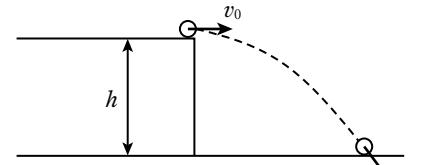


- 6 [弾性エネルギー] 自然の長さが 30 cm の軽いばねがある。このばねの長さを 40 cm にしたときの弾性エネルギーを  $U_1$  [J]、80 cm にしたときの弾性エネルギーを  $U_2$  [J] とすると、 $U_2$  は  $U_1$  の何倍か。

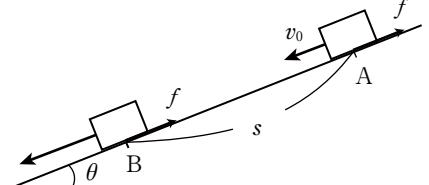
- 7 [自由落下と力学的エネルギー] 質量  $m$  [kg] の物体を地表からの高さ  $h$  [m] から自由落下させる。地表に達する直前の物体の速さは何 m/s か、力学的エネルギー保存の法則を用いて答えよ。ただし、重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とし、空気の抵抗などは考えないものとする。

- 8 [ばねの力学的エネルギー] ばね定数  $k$  [N/m] の軽いばねに質量  $m$  [kg] の物体を下げてつるした。ばねが自然の長さになる位置から物体を静かに手を放すと、物体は最下点に達して引きもどされた。物体が最下点に達したときのばねの伸びは何 m か。重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] として答えよ。

- 9 [水平投射と力学的エネルギー] 床から高さ  $h$  [m] の台上から小球を初速度の大きさ  $v_0$  [m/s] で水平に打ち出した。小球が床に達する直前の速さは何 m/s か。重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] として答えよ。ただし、小球にはたらく空気の抵抗などは無視できるものとする。



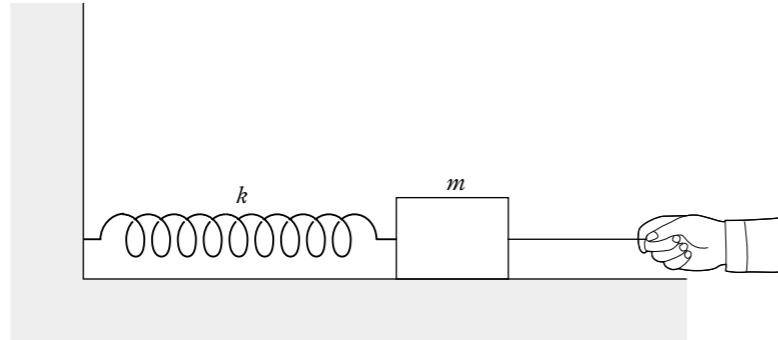
- 10 [摩擦のある斜面] 質量  $m$  [kg] の物体が、傾きの角  $\theta$  のあらい斜面上の点 A から斜面に沿って初速度の大きさ  $v_0$  [m/s] ですべり始め、点 B を通過していった。AB 間の距離を  $s$  [m]、斜面から物体にはたらく摩擦力の大きさを  $f$  [N]、重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] として、摩擦力のした仕事を求めよ。また、点 B を通過したときの物体の速さは何 m/s か。ただし、物体にはたらく空気の抵抗などは無視できるものとする。



- 答 1 (1)  $mgl \sin \theta$  [J] (2) 0 J (3)  $-fl$  [J] 2 840 W 3  $2h$  [m] 4 9 倍 5  $\frac{3mv_0^2}{2F}$  [m] 6 25 倍  
7  $\sqrt{2gh}$  [m/s] 8  $\frac{2mg}{k}$  [m] 9  $\sqrt{v_0^2 + 2gh}$  [m/s] 10  $-fs$  [J]  $\sqrt{v_0^2 + 2gs \sin \theta - \frac{2fs}{m}}$  [m/s]

## 例題4 摩擦力と仕事

図のように、水平面上に質量  $m$  の物体を置き、壁との間をばね定数  $k$  のばねでつないだ。ばねの自然の長さからの伸びを  $x$  で表し、面と物体の間の静止摩擦係数を  $\mu$ 、動摩擦係数を  $\mu'$ 、重力加速度の大きさを  $g$  とする。下の問い合わせ(問1～2)に答えよ。



問1 ばねが自然の長さにある状態から、図のように手で水平に物体に力を加え、ばねを引き伸ばした。ばねの伸びが  $x$  になるまでに、手のした仕事はいくらか。正しいものを、次の①～⑧のうちから一つ選べ。 1

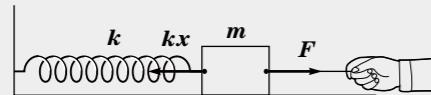
- |                               |                              |                    |                   |
|-------------------------------|------------------------------|--------------------|-------------------|
| ① $\frac{1}{2}kx^2$           | ② $kx^2$                     | ③ $\mu'mgx$        | ④ $\mu'mg$        |
| ⑤ $\frac{1}{2}kx^2 + \mu'mgx$ | ⑥ $\frac{1}{2}kx^2 + \mu'mg$ | ⑦ $kx^2 + \mu'mgx$ | ⑧ $kx^2 + \mu'mg$ |

問2 問1の過程の最後に手を止めて静かに放したところ、物体は静止していた。手を放した後も物体が静止しているようならばねの伸び  $x_0$  の最大値  $x_0$  はいくらか。正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。 $x_0 = \boxed{2}$

- |                      |                       |                       |                        |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| ① $\frac{\mu mg}{k}$ | ② $\frac{2\mu mg}{k}$ | ③ $\frac{\mu' mg}{k}$ | ④ $\frac{2\mu' mg}{k}$ |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|

## 解説

問1 手が引く力の大きさを  $F$  とすると、図のようになる。



手は、ばねの弾性力と水平面からの動摩擦力に対して仕事をする。

弾性力に対する仕事は、ばねにたくわえられた位置エネルギーに等しいから、 $\frac{1}{2}kx^2$

動摩擦力の大きさは垂直抗力に比例するから、 $\mu'mg$

動摩擦力に対する仕事は、 $\mu'mgx$

したがって、手のした仕事は、

$\frac{1}{2}kx^2 + \mu'mgx$ 、よって⑥。

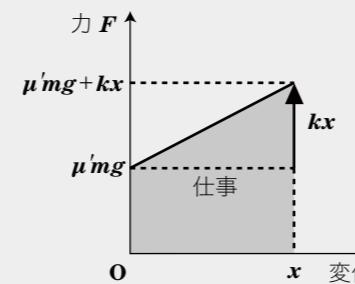
問2 静止しているから、ばねの弾性力  $kx$  と最大摩擦力  $\mu mg$  がつり合っている。

$$kx_0 - \mu mg = 0$$

$$x_0 = \frac{\mu mg}{k}, \text{ よって①。}$$

## 別解

力  $F$  と変位  $x$  のグラフの面積で考える。力のつり合いを保ちながら動かすとすると、 $F = kx + \mu'mg$  で、グラフは下のようになる。



図のかけをつけた部分の面積が手のした仕事を表している。(三角形の部分がばねの弾性力に対する仕事、長方形の部分が動摩擦力に対する仕事。)

答 問1 1…⑥ 問2 2…①

## BASIC ベーシック問題

## ! 14 □【力学的エネルギーの基本事項】8分

次の問い合わせ(問1～2)に答えよ。

問1 次の文章中の空欄  1・ 2 に入れる数値として正しいものを、下の①～⑧のうちから一つずつ選べ。 1 倍・ 2 倍

水平な地面からの高さが  $h$  の位置から小球を静かに落としたところ、地面で鉛直上方にはね返った。小球は、衝突の際にエネルギーの一部を失ったため元の位置まで戻らず、はね返った後に達した最高点の高さは  $\frac{h}{2}$  であった。衝突直後の小球の運動エネルギーは、衝突直前の運動エネルギーの  1 倍であり、衝突直後の小球の速さは、衝突直前の速さの  2 倍である。

- |                 |                        |                  |                         |
|-----------------|------------------------|------------------|-------------------------|
| ① 1             | ② $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | ③ $\frac{1}{2}$  | ④ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ |
| ⑤ $\frac{1}{4}$ | ⑥ $\frac{1}{8}$        | ⑦ $\frac{1}{16}$ | ⑧ 0                     |

問2 次の文章中の空欄  3・ 4 に入れる数値として適当なものを、それぞれの解答群から一つずつ選べ。 3 J・ 4 m

質量  $1.0 \times 10^3$  kg の自動車が時速  $7.2 \times 10$  km の速さで水平面上を右向きに走行している。この自動車の運動エネルギーは  3 J である。この自動車に水平左向きに  $2.0 \times 10^3$  N の一定の力(ブレーキ)を加え続けたところ停止した。ブレーキをかけ始めてから停止するまでに自動車が移動した距離は  4 m である。

3 に対する解答群

- |                     |                     |                     |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| ① $2.0 \times 10^3$ | ② $5.0 \times 10^3$ | ③ $2.0 \times 10^4$ |
| ④ $5.0 \times 10^4$ | ⑤ $2.0 \times 10^5$ | ⑥ $5.0 \times 10^5$ |

4 に対する解答群

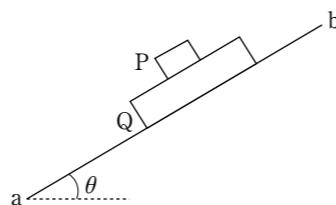
- |                   |                     |                     |
|-------------------|---------------------|---------------------|
| ① $2.0 \times 10$ | ② $4.0 \times 10$   | ③ $6.0 \times 10$   |
| ④ $8.0 \times 10$ | ⑤ $1.0 \times 10^2$ | ⑥ $1.2 \times 10^2$ |

# MASTER マスター問題

## 19 □【斜面上の2物体】15分

水平に対する傾斜角  $\theta$  が変えられるあらい斜面 ab がある。図のように、質量  $m$  の物体 P をのせた質量  $2m$  の平板 Q をこの斜面上に置き、傾斜角をいろいろ変えて静かに放した。その結果、傾斜角  $\theta$  の値によって次の三つの場合があることが分かった。

- (i)  $0 \leq \theta \leq \theta_1$  の場合 : P も Q も静止したままである。
- (ii)  $\theta_1 < \theta \leq \theta_2$  の場合 : Q は静止したままだが、P は Q の上ですべる。
- (iii)  $\theta_2 < \theta$  の場合 : P は Q の上ですべり、Q は斜面の上ですべる。



物体 P と平板 Q の間の静止摩擦係数および動摩擦係数はそれぞれ  $\mu_1$ ,  $\mu_1' (< \mu_1)$ , 平板 Q と斜面の間の静止摩擦係数を  $\mu_2$  とする。P も Q もひっくり返ることはないものとし、その運動は図で示した ab 間に限られるものとする。空気抵抗は無視でき、重力加速度の大きさを  $g$  として、次の問い合わせ(問1～5)に答えよ。

問1  $0 \leq \theta \leq \theta_1$  の場合、物体 P が受ける摩擦力の大きさとして適当なものはどれか。次の①～⑥のうちから一つ選べ。1

- |        |                    |                                |
|--------|--------------------|--------------------------------|
| ① $mg$ | ② $mg \sin \theta$ | ③ $mg \cos \theta$             |
| ④ 0    | ⑤ $mg \tan \theta$ | ⑥ $mg \sin \theta \cos \theta$ |

問2 物体 P がすべり出す直前の角  $\theta_1$  として適当なものはどれか。次の①～⑥のうちから一つ選べ。2

- |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ① $\tan \theta_1 = \mu_1$           | ② $\sin \theta_1 = \mu_1$           | ③ $\cos \theta_1 = \mu_1$           |
| ④ $\tan \theta_1 = \frac{1}{\mu_1}$ | ⑤ $\sin \theta_1 = \frac{1}{\mu_1}$ | ⑥ $\cos \theta_1 = \frac{1}{\mu_1}$ |

問3  $\theta_1 < \theta \leq \theta_2$  の場合、平板 Q 上をすべり出した物体 P に生じる加速度の大きさとして適当なものはどれか。次の①～⑥のうちから一つ選べ。3

- |   |   |   |
|---|---|---|
| ① $g \sin \theta$                       | ② $g \cos \theta$                       | ③ $g(\sin \theta + \mu_1' \cos \theta)$ |
| ④ $g(\cos \theta + \mu_1' \sin \theta)$ | ⑤ $g(\sin \theta - \mu_1' \cos \theta)$ | ⑥ $g(\cos \theta - \mu_1' \sin \theta)$ |

問4 物体 P が平板 Q 上をすべっているとき、平板 Q が斜面から受ける摩擦力の大きさとして適当なものはどれか。次の①～⑥のうちから一つ選べ。4

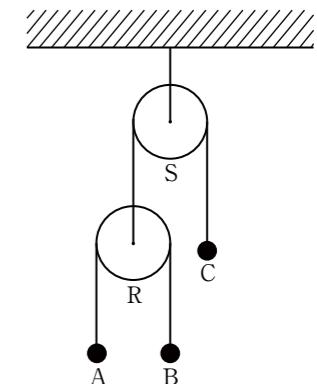
- |                           |   |   |
|---------------------------|---|---|
| ① $2mg \sin \theta$       | ② $3mg \sin \theta$                         | ③ $\mu_1' mg \sin \theta$                   |
| ④ $\mu_1' mg \cos \theta$ | ⑤ $(2 \sin \theta - \mu_1' \cos \theta) mg$ | ⑥ $(2 \sin \theta + \mu_1' \cos \theta) mg$ |

問5 物体 Q がすべり出す直前の角  $\theta_2$  として適当なものはどれか。次の①～⑥のうちから一つ選べ。5

- |                                    |   |   |
|------------------------------------|---|---|
| ① $\tan \theta_2 = \mu_2$          | ② $\sin \theta_2 = \mu_1'$                    | ③ $\tan \theta_2 = \mu_1' + \mu_2$            |
| ④ $\tan \theta_2 = \mu_1' - \mu_2$ | ⑤ $\tan \theta_2 = \frac{3\mu_2 - \mu_1'}{2}$ | ⑥ $\tan \theta_2 = \frac{3\mu_2 + \mu_1'}{3}$ |

## 20 □【滑車】15分

図のように、糸の両端に質量  $M$  のおもり A と質量  $2M$  のおもり B を結んで、なめらかに動く滑車 R にかける。さらに、この滑車 R と質量  $4M$  のおもり C を糸で結び、天井からつるしてあるなめらかに動く定滑車 S にかける。はじめに A, B, C を固定し、次に A, B だけを静かに放した。次の問い合わせ(問1～5)に答えよ。ただし、滑車と糸の質量は無視し、空気抵抗ははたらかないものとする。また、重力加速度の大きさを  $g$  とする。



問1 A の加速度の大きさはいくらになるか。正しいものを、次の①～⑥のうちから一つ選べ。1

- |       |        |        |                  |                  |                  |
|-------|--------|--------|------------------|------------------|------------------|
| ① $g$ | ② $2g$ | ③ $3g$ | ④ $\frac{1}{2}g$ | ⑤ $\frac{3}{2}g$ | ⑥ $\frac{1}{3}g$ |
|-------|--------|--------|------------------|------------------|------------------|

問2 おもり A と B を結ぶ糸の張力はいくらになるか。次の①～⑥のうちから正しいものを一つ選べ。2

- |         |         |         |         |                   |                   |
|---------|---------|---------|---------|-------------------|-------------------|
| ① $2Mg$ | ② $4Mg$ | ③ $6Mg$ | ④ $8Mg$ | ⑤ $\frac{4}{3}Mg$ | ⑥ $\frac{8}{3}Mg$ |
|---------|---------|---------|---------|-------------------|-------------------|

ふたたびおもり A, B を固定し、次に A, B, C を同時に静かに放すと、C は動き始めた。C の地面に対する加速度を下向きに  $b$  とし、R に対する A と B の加速度の大きさを  $a$  とすると、A の地面に対する加速度は上向きに  $(a+b)$  になり、B の地面に対する加速度は下向きに  $(a-b)$  になる。滑車 R とおもり C を結ぶ糸の張力の大きさを  $T$  とする。おもり A, B, C について、 $a$ ,  $b$ ,  $M$ ,  $T$  を使って運動方程式をつくる。この三つの運動方程式を解けば、A, B, C の加速度と糸にはたらく張力の大きさが求まる。

問3 A の運動方程式を立てた。正しいものを、次の①～⑥のうちから一つ選べ。3

問4 B の運動方程式を立てた。正しいものを、次の①～⑥のうちから一つ選べ。4

問5 C の運動方程式を立てた。正しいものを、次の①～⑥のうちから一つ選べ。5

3, 4, 5 の解答群

- |                                  |                                 |
|----------------------------------|---------------------------------|
| ① $M(a+b) = \frac{1}{2}T - Mg$   | ② $M(a+b) = T - Mg$             |
| ③ $M(a+b) = T + Mg$              | ④ $M(a+b) = Mg - \frac{1}{2}T$  |
| ⑤ $2M(a-b) = 2Mg - T$            | ⑥ $M(a-b) = Mg - T$             |
| ⑦ $2M(a-b) = 2Mg - \frac{1}{2}T$ | ⑧ $2M(a-b) = Mg - \frac{1}{2}T$ |
| ⑨ $Mb = 4Mg + \frac{1}{2}T$      | ⑩ $4Mb = 4Mg + \frac{1}{2}T$    |
| ⑪ $Mb = Mg + T$                  | ⑫ $4Mb = 4Mg - T$               |