

## 2. 学習課題の工夫

中学校数学科では4つの領域がある。それぞれ、生徒には得意とする分野、苦手とする分野があり、もちろん、その分野の中にも、得意とするもの、苦手とするものがある。どの単元においても、図形を用いて考えることで、それぞれが理解を深めることができたり、思考力を高めたりすることができるのではないかと考え、次のような課題を提示した。

### (1) 式の展開と因数分解

#### ○乗法公式

##### 多項式の乗法

★考えてみよう。

縦の長さ  $a$  m、横の長さ  $c$  m の長方形の花壇があります。この花壇の縦を  $b$  m、横の長さを  $d$  m のばしたときの花壇の面積を式に表してみましよう。

**図をかいてみましょう！**

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$  という、簡単な公式ではあるが、単純に分配法則で公式を教えるのではなく、図を用いることで、視覚的に捉えることの良さを実感させるのために図は有効である。他の乗法公式についても同様に図を用いて考えさせる。

○因数分解の利用

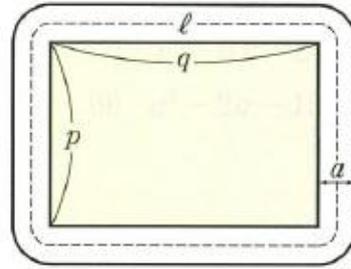
□問題

右の図のような、縦 $p$ 、横 $q$ の長方形の花だんのまわりに、右図のように、幅 $a$ の道がついています。

この道の面積を $S$ 、道の真ん中を通る円周の長さを $l$ とすると、

$$S = a l$$

となることを証明しなさい。



角は半径 $a$ の扇形  
中心角 $90^\circ$

教科書においては、円と長方形について扱っているが、より発展的な問題として、上の問題を取り入れる。個人で考えるには難易度が高いが、ヒントカードを見たり、グループで話しあったりすることで、意欲的に取り組むことができる。

(2) 二次方程式

○平方の形にして二次方程式を解くこと

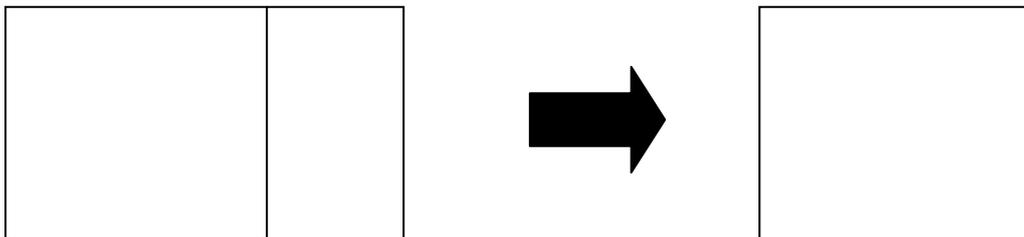
～ $x^2 + px + q = 0$ の解き方～

★考えてみよう！

9世紀頃のアラビアの数学者アル・クワリズミという人が書いた本の中に、次のような問題があります。  
『ある数の平方(2乗)とその数の10倍の和が39に等しいという。ある数はいくつか？』

問題① ある数を $x$ として方程式をつくってみよう！

問題② アル・クワリズミは $x$ を正方形や長方形の長さに置き換えて、次のような図の助けを借りてこの問題を解決しています。それぞれの図の縦や横の長さを書き入れて、問題①の方程式を変形してみよう！



問題①で求めた式を変形した式



変形した式を解いてみると……

答えは

二次方程式を、平方を完成して解くことは苦手な生徒が多くみられる。このことを数学の歴史的な部分に触れることで興味を持たせ、図形をかきながら計算をしていくことで、平方を完成させるために何をすればよいかということを考えさせる。この活動は次時の「解の公式」にも大きくつながる内容

であり、非常に効果的である。解の公式は、等式の変形のみで、自ら導くことができる生徒は少ない。このように図形を用いることで、等式の変形がうまくできなくても、解の公式のしくみを理解しやすることができる。

(3) 図形と相似

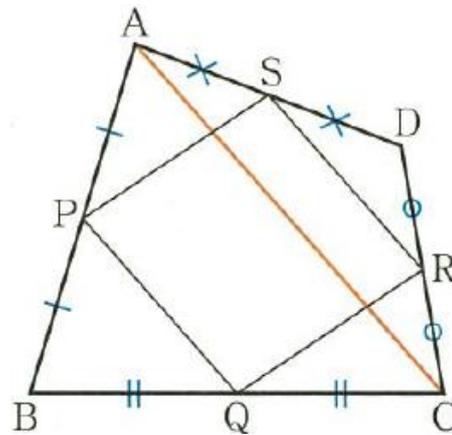
○中点連結定理①

□例題 1

四角形 ABCD の 4 辺 AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ P, Q, R, S とすると、四角形 PQRS は平行四辺形であることを証明しなさい。

参考 線分 PQ と線分 SR の関係に着目します！

参考 平行四辺形になる条件



定義→①

②

③

④

⑤

どれが使えるかな？

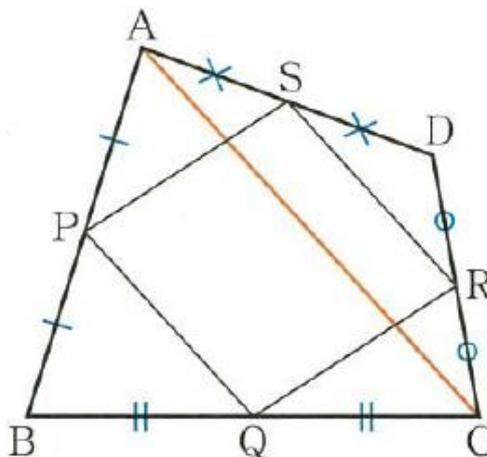
中点連結定理を用いた問題である。既習事項をしっかりと復習させ（本時の場合は平行四辺形になる条件）、前時に学んだ中点連結定理を活用するための課題である。この課題については、条件をかえることによって、新しい問題を設定することができる。その課題が次である

○中点連結定理②

～ 2 ～ 中点連結定理

四角形 ABCD の 4 辺 AB, BC, CD, DA  
 の中点をそれぞれ P, Q, R, S とすると、  
 四角形 PQRS は

になる。



これは、NO. 11 で証明済！

□問 2

四角形 PQRS が、ひし形、長方形、正方形になるのは四角形 ABCD がどのような四角形の時かを考えよう！

□★★★★ 定義の確認

ひし形～  
 長方形～  
 正方形～

問題 1

①四角形 PQRS が、ひし形になる場合、四角形 ABCD がどんな四角形？

②図をかいてみよう！そして、それを証明してみよう！

(図)

**証明**

この授業では中点連結定理だけでなく、第 2 学年で学習する、さまざまな四角形の定義についておさえる必要がある。授業の始めに小テストを行い、四角形について復習させた後、この課題に取り組む。

3. 授業実践

上記にある中点連結定理②の授業実践について紹介する。

○本時の授業について (中点連結定理②)

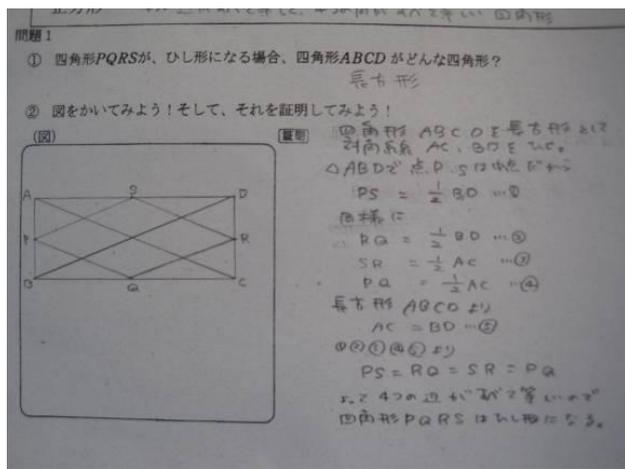
前時の証明問題の条件を変えた証明問題を、中点連結定理などの既習事項を用いて解決する。

学習内容	教師の指導・支援	準備物
1. 前時の復習を行う。	・既習事項の振り返りを行う。四角形の中点を結ぶと平行四辺形になることを確認する。	小テスト

2. 本時の目標を確認する。		
	「四角形の中にできる特別な四角形はどのようにできるかを調べよう」	
3. 本時の課題を確認する。		
	四角形 ABCD の4辺 AB、BC、CD、DA の中点をそれぞれ P、Q、R、S とするとき、四角形 PQRS がひし形になる場合、四角形 ABCD がどのような四角形の時か。	ワークシート
4. 個人で予想する。		
<ul style="list-style-type: none"> <li>○四角形 ABCD が長方形</li> <li>○四角形 ABCD が正方形</li> <li>○四角形 ABCD がひし形</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・予想がなかなかできない生徒には、机間指導を行いながらヒントを出す。</li> <li>・既習事項（中点連結定理）を用いて説明することができることを知らせる。</li> <li>・予想できた生徒には証明まで考えさせる。</li> </ul>	
5. グループで話し合い証明を完成させる。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・グループでよりよい意見にまとめるよう指示する。</li> <li>・証明が早くできた班には、違った場合でも四角形 PQRS がひし形になることを考えさせるためにヒントカードを見せる。</li> </ul>	
6. グループごとに予想と証明を発表する。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・「四角形 ABCD が、対角線の長さが等しい四角形になるとき」についてしっかりと説明する。</li> </ul>	
7. 四角形 PQRS が長方形、正方形になる場合について考える。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ひし形、長方形、正方形の定義と四角形 ABCD の2本の対角線が、本時の課題に関係することを確認する。</li> </ul>	
8. 本時のまとめをする。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・証明は、次時までの課題とする。</li> </ul>	

個人で予想する段階では、図については自由にかかせ、さまざまな意見がでるように工夫した。「四角形 ABCD が長方形になるとき」がほとんどの生徒の意見であったが、正解の「四角形 ABCD が、対角線の長さが等しい四角形になるとき」という発表とその説明を聞いて、多くの生徒から歓声が上がった。四角形 PQRS が長方形、正方形になるときについても大変意欲的に取り組む姿が見られた。

## 生徒の授業プリント



## 発表の様子



### 4. まとめ

図形領域では、多くの生徒が「証明問題」を苦手としているが、説明したり、証明したりする問題に意欲的に取り組む姿が見られるようになった。また、グループ活動で話し合ったり、人前で発表したりする経験から、堂々と自分の意見を言える生徒も増えた。

今回の取り組みで、図形領域以外で、図形を利用して考えることよさは感じるようになったようであるが、図形領域そのものに対する苦手意識を払拭できていない生徒も多い。図形領域については、定理や定義について十分に復習させながら指導していく必要がある。

実際は1・2年時の内容についての習熟が図れておらず、3年時の単元の目標に到達できない生徒も多い。1・2年時の学習で、計算力を身に付けるための時間ももちろん必要であるが、「考える力」を高めるために教材、教具の工夫をしていく必要がある。

また、本学年の授業はワークシートを用いた指導を年間通じて行ったが、考える力を身に付けるには、自分の言葉でまとめ、自分の言葉で表現することが必要である。レポートを作成させたり、ノートを作らせたりする授業についても今後考えていきたいと考えている。

### 【参考文献】

中学校学習指導要領解説 数学編 文部科学省  
未来へひろがる数学3 啓林館