

## ① 式の展開と因数分解

(x + 1)<sup>n</sup> の展開を考えよう

## ■ 単元の目標

これまでの考え方を使って、 $n \geq 3$ について  $(x + 1)^n$  の展開ができることに気づく。

## ねらいと評価

## ■ 本時のねらいと解説

$(x + 1)^n$  の展開を考えさせることを通して、今までの考え方を適用できることに気づかせることをねらう。

本時の学習内容は、高等学校の学習内容である二項定理  $(1 + x)^n = \sum_{r=0}^n {}_n C_r x^r$  (ただし、 $n$  は 0 以上) の整数で、各  ${}_n C_r$  は二項係数

${}_n C_r = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r!}$  である。) に基づく内容である。

ここでは、二項係数そのものを発見させることが目的ではない。

各項の係数に着目させ、その並び方を観察させ、帰納的に考えさせることを通して、その中に潜む規則性を発見させたい。そして、 $n = 1$  から成り立っているパスカルの三角形を発見させ、数学の神秘さ、美しさに気づかせたい。

## ■ 評価のポイント

## ・ 数学への関心・意欲・態度

$n \geq 3$  の展開がどうなるのかを意欲的に確かめようとしている。

## ・ 数学的な見方・考え方

係数のきまりについていろいろなアイデアを出し、試行錯誤し、帰納的に考えることができる。

## ワークシート解答

①  $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$

②  $(x + 1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

③  $(x + 1)^4 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$

④  $(x + 1)^5 = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$

## 展開と対応

## ■ 授業展開のポイント

まず、導入問題として、 $n = 2$  の時の  $(x + 1)^2$  を展開させる。そして、 $n = 3$  の時の  $(x + 1)^3$  の展開を考えさせる。ここでは、乗法公式は使えないでの、どうしたら計算できるかを考えさせる。計算方法としては、3乗のうちの2乗を展開した式に、分配法則を使って展開する。

次に、 $n = 4$  の時の  $(x + 1)^4$  の展開をさせる。ここでは、 $(x + 1)^2$  と  $(x + 1)^3$  の展開の方法をもとに計算させる。生徒が考える方法としては、

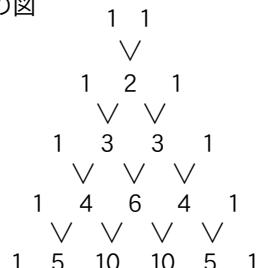
- ① 4乗を3乗と1乗に分けて計算
  - ② 4乗を2乗と2乗に分けて計算
- の2つがあるが、①が多いであろう。

さらに、 $n = 5$  の時の展開を予想させる。ここでは、特に  $x^3$  と  $x^2$  の係数に焦点をあて、予想させる。 $(x + 1)^2$  と  $(x + 1)^3$  と  $(x + 1)^4$  の展開の結果をもとに帰納的に予想させる。その後、展開し、確かめさせる。

最後に、項の係数に潜むきまりを考えさせる。ここでは、 $n = 4$  のときの  $x^3$  の係数 4 と  $x^2$  の係数 6 の和が、 $n = 5$  のときの  $x^3$  の係数 10 になっていることに生徒は気づく。ほかの係数にも同じ関係が成立していないか類推して考えさせる。

ただし、ここで発見したきまりは、計算結果から  $n$  が 2 から 5 までは保証できるが、6 以上の  $n$  についての根拠がない。本来は数学的帰納法で証明する必要があるかもしれないが、ここでは、パスカルの三角形を発見させ、その名前を紹介するところまでにしておく。そして、数学に潜む神秘さや美しさを感じさせたい。

## 5 パスカルの三角形の図



**( $x + 1$ )<sup>n</sup> の展開を考えよう**

組 氏名

**1**  $(x + 1)^2$  を展開すると,  $x^2 + \square x + 1$  となります。

□にあてはまる数字は何ですか。

**2**  $(x + 1)^3$  を展開すると,  $x^3 + \square x^2 + \square x + 1$  となります。

(1) どのようにして, 計算したらよいか考えよう。

(2) □にあてはまる数字は何ですか。

**3**  $(x + 1)^4$  を展開すると,  $x^4 + \square x^3 + \square x^2 + \square x + 1$  となります。

(1) どのようにして, 計算したらよいか考えよう。

(2) □にあてはまる数字は何ですか。

**4**  $(x + 1)^5$  を展開すると,  $x^5 + \square x^4 + \square x^3 + \square x^2 + \square x + 1$  となります。

(1) □にあてはまる数字を予想してみよう。

(2) 実際に計算して, 確かめてみよう。

**5** 各項の係数には, どんなきまりがあるか考えてみよう。