数暗攻 ～数列①～　数学B

1　次の数列の一般項 a_n を求めよ。

①　3，1，－1，－3，－5，…　　等差数列

②　2，－6，18，－54，162，…　　等比数列

2　等差数列 $\{a_n\}$ において，$a_2=47$，$a_{10}=23$ であるとき，次の問いに答えよ。

(1)　一般項 a_n を求めよ。

解）初項 a，公差を d とすると

$$\begin{cases} a_2=(\quad ① \quad)=47 & \cdots ア \\ a_{10}=(\quad ② \quad)=23 & \cdots イ \end{cases}$$

㋐，㋑を解いて，

$a=50$，　$d=-3$

$\therefore\ a_n={}^{③}((\quad)+(n-1)\cdot(\quad))=-3n+53$

(2)　初項から第何項までの和が最大となるか。

＜point＞
⊕，⊕，⊕，…，⊕，｜⊖，⊖，…
※ 負の項が登場する前までの和が(　④　)

解）$a_n<0$ を解くと，

$-3n+53<0$

$\therefore\ n>\dfrac{53}{3}\fallingdotseq 17.6\cdots$

よって，第(　⑤　)項目に初めて負となるので，第(　⑥　)項までの和が最大となる。

3　等比数列 $\{a_n\}$ において，$a_2=-6$，$a_5=48$ であるとき，次の問いに答えよ。

(1)　一般項 a_n を求めよ。

解）初項 a，公比 r とすると，

$$\begin{cases} a_2=(\quad ① \quad)=-6 & \cdots ア \\ a_5=(\quad ② \quad)=48 & \cdots イ \end{cases}$$

㋐を㋑に代入すると，

$ar\cdot r^3=48$ より，　$-6r^3=48$

$r^3=-8$ より，$r=(\quad ③ \quad)$，

$a=(\quad ④ \quad)$

$\therefore\ a_n=(\quad ⑤ \quad)$

(2)　-1536 は第何項か。

解）$a_n=-1536$ とすると，

$(\quad ⑥ \quad)=-1536$

$\therefore\ (-2)^{n-1}=-512=(-2)^{(\quad)⑦}$

$\therefore\ n-1=9$ より，$n=10$

$\therefore$ 第 10 項

4

(1)　等差数列の和 S

初項 a，末項 l，公差 d，項数 n とすると，

$S=(\quad ① \quad)=(\quad ② \quad)$　　末項がわかっているとき

(2)　等比数列の和 S

初項 a，公比 r，項数 n とすると，

$r\neq 1$ のとき，　$r>1$ のとき

$S=(\quad ③ \quad)=(\quad ④ \quad)$

$r=1$ のとき，　$r<1$ のとき

$S=(\quad ⑤ \quad)$

5　次の和を求めよ。

(1)　$S=3+7+11+\cdots\cdots+39$

(2)　$S=1+2+2^2+\cdots\cdots+2^{n+1}$

1

①　$a_n=3+(n-1)\cdot(-2)$
　　$=-2n+5$

②　$a_n=2\cdot(-3)^{n-1}$

2

(1)

①　$a+d$

②　$a+9d$

③　$50+(n-1)\cdot(-3)$

(2)

④　最大

⑤　18

⑥　17

3

(1)

①　$a\cdot r$

②　$a\cdot r^4$

③　-2

④　3

⑤　$3\cdot(-2)^{n-1}$

(2)

⑥　$3\cdot(-2)^{n-1}$

⑦　9

暗記
$2^{10}=1024$

4

(1)　n：項数

①　$\dfrac{n(a+l)}{2}$

②　$\dfrac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$　　n：項数

(2)　n：項数

③　$\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$

④　$\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$　　n：項数

⑤　na

5

(1)　$a_n=4n-1=39$ より

項数　$n=10$

$\therefore\ S=\dfrac{10(3+39)}{2}=210$

(2)

$S=\dfrac{1\cdot(2^{n+2}-1)}{2-1}=2^{n+2}-1$

※項数は，$n+2$

6

公式　　奇数の和

(1)　$1+2+3+\cdots+n=(\quad ① \quad)$

(2)　$1+3+5+\cdots+(2n-1)=(\quad ② \quad)$

(3)　$1+3+5+\cdots+39=(\quad ③ \quad)$

(4)　$1+3+5+\cdots+(2n-5)=(\quad ④ \quad)$

7　等差中項，等比中項

(1)　a，b，c がこの順に等差数列

⇔　(　①　)

(2)　a，b，c がこの順に等比数列

⇔　(　②　)

8　Σ計算

(1)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k=(\quad ① \quad)$　　(2)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^2=(\quad ② \quad)$

(3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^3=(\quad ③ \quad)$　　(4)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}5=(\quad ④ \quad)$

※ 両辺の n が対応している！

9

(1)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}2^{k-1}=(\quad ① \quad)$　　(2)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n+1}2^{k}=(\quad ② \quad)$

(3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}2^{k-1}=(\quad ③ \quad)$　　(4)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}2^{k+1}=(\quad ④ \quad)$

10　次の数列の一般項 a_n を求めよ。

(1)　$\{a_n\}$：3，5，9，15，23，…

解）(　①　)を $\{b_n\}$ とすると，

$\{b_n\}$：2，4，6，8，…

$\therefore\ b_n={}^{②}((\quad)+(n-1)\cdot(\quad))=2n$

よって，(　③　) のとき，

$a_n={}^{④}(\quad+\Sigma\quad)$

$=(\quad ⑤ \quad)$

$=n^2-n+3$

これは，(　⑥　)　$\therefore\ a_n=n^2-n+3$

(2)　$\{a_n\}$：1，4，13，40，121，…

解）階差数列を $\{b_n\}$ とすると，

$\{b_n\}$：${}^{⑦}(\quad,\quad,\quad,\quad,\quad\cdots)$

$\therefore\ b_n={}^{⑧}(\quad=\quad)$

$n\geqq 2$ のとき

$a_n={}^{⑨}(\quad+\Sigma\quad)$

$=(\quad ⑩ \quad)=\dfrac{3^n-1}{2}$

これは，$a_1=1$ を満たす。　$\therefore\ a_n=\dfrac{3^n-1}{2}$

11　S_n と a_n の関係

(1)　S_n から a_n を求める場合は，

$$\begin{cases} n\geqq 2 \text{のとき，} a_n=(\quad ① \quad) \\ n=1 \text{のとき，} {}^{②}(\quad=\quad) \end{cases}$$

(2)　a_n から S_n を求める場合は，

$S_n=(\quad ③ \quad)$

12

(1)　$S_n=n^2+3n$ のとき，一般項 a_n を求めよ。

解）(　①　)のとき，　$a_n={}^{②}(\quad-\quad)$

$=(\quad ③ \quad)$

$=2n+2$　$\cdots ㋐$

$n=1$ のとき　$a_1=S_1=(\quad ④ \quad)$

これは㋐を(　⑤　)　$\therefore\ a_n=2n+2$

㊟　a_1 が，$n\geqq 2$ のときの a_n を満たさない場合があるので注意すること！

6

①　$\dfrac{n(n+1)}{2}$

②　n^2

③　$\dfrac{39+1}{2}=20$　$\therefore\ 20^2=400$

④　$\dfrac{(2n-5)+1}{2}=n-2$

$\therefore\ (n-2)^2$

7

①　$2b=a+c$

②　$b^2=a\cdot c$

8

①　$\dfrac{n(n+1)}{2}$

②　$\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

③　$\left\{\dfrac{n(n+1)}{2}\right\}^2$　　④　$5n$

9　①　$\dfrac{1\cdot(2^n-1)}{2-1}=2^n-1$

②　$\dfrac{2(2^{n+1}-1)}{2-1}=2^{n+2}-2$

③　$\dfrac{1\cdot(2^{n-1}-1)}{2-1}=2^{n-1}-1$

④　$\dfrac{2^2(2^n-1)}{2-1}=2^{n+2}-4$

10　各項の差をとって並べた数列のこと

(1)

①　階差数列

②　$2+(n-1)\cdot 2$

③　$n\geqq 2$

④　$\displaystyle 3+\sum_{k=1}^{n-1}2k$

⑤　$3+2\cdot\dfrac{(n-1)\cdot n}{2}$

⑥　$a_1=3$ を満たす

(2)

⑦　3，9，27，81，…

⑧　$3\cdot 3^{n-1}=3^n$

⑨　$\displaystyle 1+\sum_{k=1}^{n-1}3^k$

⑩　$1+\dfrac{3\cdot(3^{n-1}-1)}{3-1}$

11

①　S_n-S_{n-1}

②　$a_1=S_1$

③　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k$

12

①　$n\geqq 2$　　②　S_n-S_{n-1}

③

$(n^2+3n)-\{(n-1)^2+3(n-1)\}$

④　4

⑤　満たす