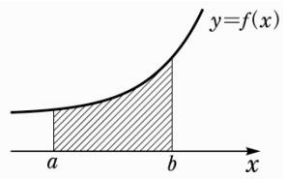
数暗攻 ～積分法②～　数学Ⅱ

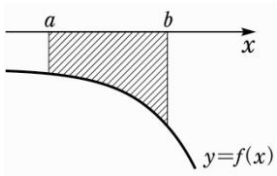
12　次の斜線部分の面積を$\int$ を使って表せ。

(1)



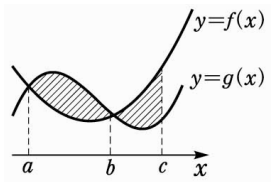
$S=($　①　$)$

(2)



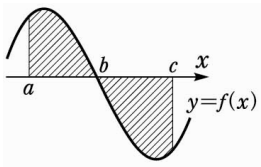
$S=($　②　$)$

(3)



$S=($　③　$)$

(4)



$S=($　④　$)$

13　$ax^2+bx+c=0$ の 2 つの解を $x=\alpha$，β とすると，

$$\int_{\alpha}^{\beta}(ax^2+bx+c)dx=(\quad ①\quad)$$

この公式は，

・(　②　)で囲まれた面積

および

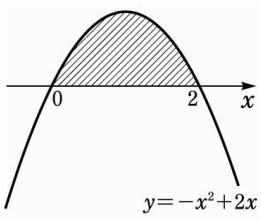
・(　③　)で囲まれた面積

を求める場合に利用できる。

14

(1)　$y=-x^2+2x$ と x 軸で囲まれた面積 S を求めよ。

解）$y=($　①　$)$ より　x 軸との交点の x 座標は，$x=($　②　$)$



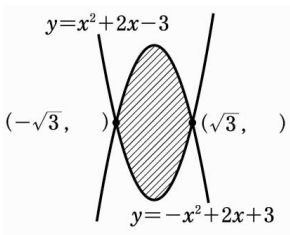
$S=$③$(\int\qquad)$

$=($　④　$)=\dfrac{4}{3}$

(2)　$y=x^2+2x-3$ と $y=-x^2+2x+3$ で囲まれた面積 S を求めよ。

解）交点の x 座標は，y を消去して，

$x^2+2x-3=-x^2+2x+3$　∴　$2x^2=6$



よって，$x=($　①　$)$

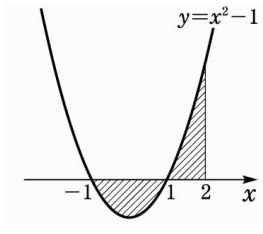
$S=($　②　$)$

$=\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}\{(-2x^2+6)dx$

$=($　③　$)=8\sqrt{3}$

(3)　$y=x^2-1$，x 軸，$x=2$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

解）　$S=$①$(\int\qquad)+$②$(\int\qquad)$



$=($　③　$)+($　④　$)$

$=\dfrac{4}{3}+\dfrac{4}{3}=\dfrac{8}{3}$

12

(1)

①　$\int_a^b f(x)dx$

②　$-\int_a^b f(x)dx$

上－下

③　$\int_a^b\{g(x)-f(x)\}dx$

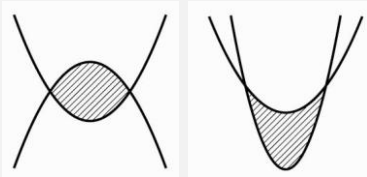
$+\int_b^c\{f(x)-g(x)\}dx$

④　$\int_a^b f(x)dx-\int_b^c f(x)dx$

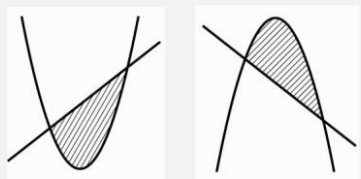
13

①　$-\dfrac{a}{6}(\beta-\alpha)^3$

②　2 次関数と 2 次関数



③　2 次関数と直線



14

(1)

①　$-x(x-2)$

②　0，2

③　$\int_0^2(-x^2+2x)dx$

④　$-\dfrac{-1}{6}(2-0)^3$

(2)

①　$x=\pm\sqrt{3}$

②　$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}\{(-x^2+2x+3)$

$-(x^2+2x-3)\}dx$

③　$-\dfrac{-2}{6}\{\sqrt{3}-(-\sqrt{3})\}^3$

(3)

①　$\int_{-1}^{1}(-x^2+1)dx$

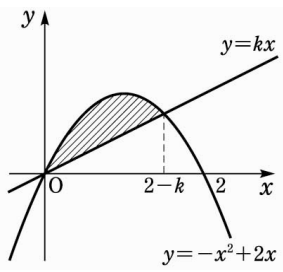
②　$\int_1^2(x^2-1)dx$

③　$-\dfrac{-1}{6}\{1-(-1)\}^3$

④　$\left[\dfrac{1}{3}x^3-x\right]_1^2$

15　$k>0$ とする。直線　$y=kx$　が，放物線 $y=-x^2+2x$ と x 軸で囲まれた図形の面積を 2 等分するように，定数 k の値を定めよ。

解）　$y=-x^2+2x$ と x 軸で囲まれた部分の面積 S_1 は，



$S_1=\int_0^2(-x^2+2x)dx$

$=($　①　$)=\dfrac{4}{3}$

また，直線　$y=kx$　と放物線　$y=-x^2+2x$ で囲まれた部分の面積を S_2 とする。

交点の x 座標は，$kx=-x^2+2x$ より，

$x^2+(k-2)x=0$

$x\{x+(k-2)\}=0$

∴　$x=($　②　$)$

∴　$S_2=$③$(\int\qquad)$

$=($　④　$)$

$=\dfrac{(2-k)^3}{6}$

ここで $S_1=2S_2$　より，$\dfrac{2}{3}=\dfrac{(2-k)^3}{6}$

∴　$(2-k)^3=4$

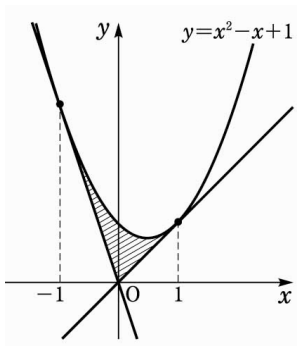
∴　$2-k=($　⑤　$)$　より，$k=($　⑥　$)$

16　原点を通り，放物線 $C:y=x^2-x+1$ に接する 2 つの直線と，この放物線 C とで囲まれる図形の面積 S を求めよ。

解)　接点を$($　①　$)$，$t^2-t+1)$とする。

$y'=2x-1$　より，接線の方程式は，

$y-(t^2-t+1)=($　②　$)(x-t)$



これを整理すると

$y=(2t-1)x-t^2+1$

となる。

この直線上に

(　③　)があること

より，

$x=0$，$y=0$ を代入して，

$0=-t^2+1$　　∴　$t=($　④　$)$

よって，2 本の接線の方程式は，

$y=($　⑤　$)$　と　$y=($　⑥　$)$

したがって面積 S は，

$S=\int_{-1}^{0}\{(x^2-x+1)-(-3x)\}dx+$⑦$(\int\qquad)$

$=\int_{-1}^{0}(x+1)^2dx+\int_0^1(x-1)^2dx$

$=\dfrac{1}{3}\left[(x+1)^3\right]_{-1}^{0}+\dfrac{1}{3}\left[(x-1)^3\right]_0^1$

$=\dfrac{1}{3}(1-0)+($　⑧　$)$

$=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}$

$=\dfrac{2}{3}$

15

①　$-\dfrac{-1}{6}(2-0)^3$

②　0，$2-k$

③　$\int_0^{2-k}\{(-x^2+2x)-kx\}dx$

④　$-\dfrac{-1}{6}\{(2-k)-0\}^3$

⑤　$\sqrt[3]{4}$　⑥　$2-\sqrt[3]{4}$

16

①　t

②　$2t-1$

③　原点

④　±1

⑤　x　⑥　$-3x$

⑦　$\int_0^1\{(x^2-x+1)-x\}dx$

⑧　$\dfrac{1}{3}\{0-(-1)\}$