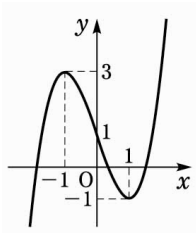
数暗攻 ～微分法②～　数学Ⅱ

17　(1)　$y=x^3-3x+1$ のグラフは下図のようになっている。



よって，

方程式　$x^3-3x+1=0$ の異なる実数解の個数は，(　①　)個である。

(2)　方程式 $f(x)=0$ の異なる実数解の個数は，(　　②　　)に等しい。

18　方程式　$f(x)-a=0$　の異なる実数解の個数は，2 つの関数

$\begin{cases} y=(\quad ① \quad) \\ y=(\quad ② \quad) \end{cases}$ の (　③　) に等しい。

19　3 次方程式　$x^3+3x^2-a=0$　が異なる 3 個の実数解をもつとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

解）

$x^3+3x^2-a=0$ より，　$x^3+3x^2=a$

よって，この方程式の実数解の個数は，

2 つの関数

$\begin{cases} y=(\quad ① \quad) \\ y=(\quad ② \quad) \end{cases}$ の共有点の個数に等しい。

よって，　$y=x^3+3x^2$　より，　$y'=3x^2+6x$

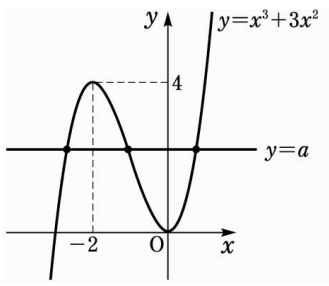
$y'=0$ とすると，　$3x(x+2)=0$

よって，　$x=-2$，　0

増減表は，下のようになる。

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	0	$\cdots$
y'	③	0	④	0	⑤
y	⑥	4	⑦	0	⑧
		極大		極小	

グラフをかくと，



よって，求める a の値の範囲は，(　⑨　)

20　上の問題の方程式において，

(1)　異なる 2 個の実数解をもつとき，

a の値は(　①　)である。

(2)　ただ 1 つの実数解をもつとき

a の値の範囲は(　②　)である。

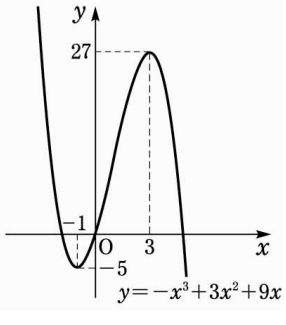
21　方程式　$x^3-3x^2-9x+m=0$　…※

の実数解は，　個数ではない

2 つの関数 $\begin{cases} y=(\quad ① \quad) \\ y=m \end{cases}$

の(　　②　　)である。

よって，　$y=-x^3+3x^2+9x$　のグラフをかくと，下図のようになるので，方程式※が異なる 2 個の正の解と，1 個の負の解をもつときの定数 m の値の範囲は，(　　③　　)である。



17

(1)

①　3

(2)

②　$y=f(x)$ の x 切片の個数

18

$f(x)-a=0$ より，　$f(x)=a$

①　$f(x)$

②　a　　③　共有点の個数

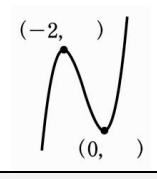
19

$\begin{cases} y=\text{左辺} \\ y=\text{右辺} \end{cases}$

①　x^3+3x^2

②　a

グラフの概形



③　＋　④　－　⑤　＋

⑥　↗　⑦　↘　⑧　↗

⑨　$0<a<4$

20

(1)

①　$a=0$，4

(2)

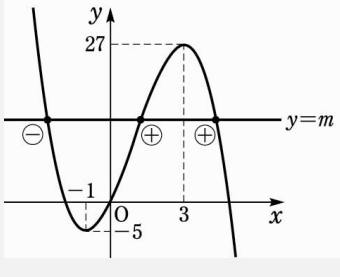
②　$a<0$，　$4<a$

21

①　$-x^3+3x^2+9x$

②　共有点の x 座標

③　$0<m<27$



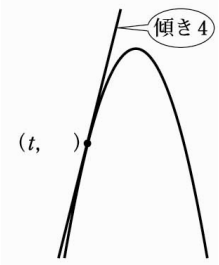
22　3 次方程式　$f(x)=0$　が異なる 3 つの実数解をもつ。

⇔　$y=f(x)$ のグラフが，(　　①　　)で交わる。

⇔　$\begin{cases} y=f(x)\text{が}(\quad ② \quad) \text{ をもつ} \\ (\quad ③ \quad)\times(\quad ④ \quad)<0 \end{cases}$

23　曲線　$y=f(x)=-x^2+2x+4$　において，傾きが 4 である接線の方程式を求めよ。

解）



$f'(x)=(\quad ① \quad)$

接点の x 座標を t とすると，

$(\quad ② \quad)=4$

すなわち，　$-2t+2=4$

$\therefore\ t=-1$

接点は(−1，1)より，

接線の方程式は，(　　③　　)

$\therefore\ y=4x+5$

24　［不等式の証明］

不等式　$f(x)\geqq 0$　が成り立つことを証明するには，関数 $y=f(x)$ の(　　　　)であることを示せばよい。

25　［知っておくと便利！］

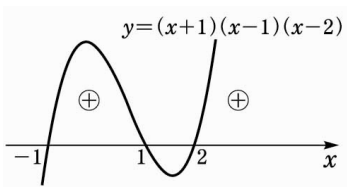
整式 $f(x)$ が，$(x-a)^2$ で割り切れる

⇔　(　　　　)

26　［3 次不等式］

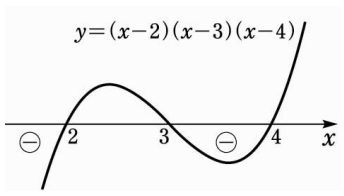
(1)　不等式　$(x+1)(x-1)(x-2)>0$

を解くと，(　　①　　)である。



(2)　不等式　$(x-2)(x-3)(x-4)\leqq 0$

を解くと，(　　②　　)である。



27　$y=x^3-3x$　上の点 A(2，2)における接線が，この曲線と交わるもう 1 つの点 B の座標を求めよ。

解）

$y=f(x)=x^3-3x$　とおくと，

$f'(x)=3x^2-3$

$\therefore\ f'(2)=(\quad ① \quad)$

点 A における接線の方程式は，

②$(y-\qquad=\qquad)$

$\therefore\ y=9x-16$

よって，連立方程式　$\begin{cases} y=x^3-3x \\ y=9x-16 \end{cases}$

を解くと，

$x^3-3x=9x-16$

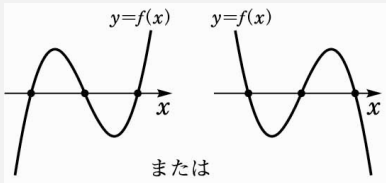
$\therefore\ x^3-12x+16=0$

左辺を因数分解すると，

(　　③　　)$=0$　　$\therefore\ x=2$，-4

$\therefore$ B (④　，　　)

22



①　x 軸と 3 点

②　極値

③　極大値　④　極小値

23

①　$-2x+2$

②　$f'(t)$

③　$y-1=4(x+1)$

24

最小値が 0 以上

25

$f(a)=0$ かつ $f'(a)=0$

26

(1)

①　$-1<x<1$，　$x>2$

＜point＞
$y=(x+1)(x-1)(x-2)$
のグラフで x 軸より上にある部分の定義域

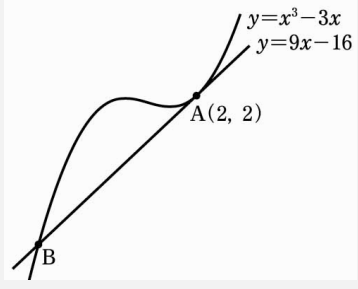
(2)

②　$x\leqq 2$，　$3\leqq x\leqq 4$

27

①　$3\cdot 2^2-3=9$

②　$y-2=9(x-2)$



③　$(x-2)^2(x+4)$

④　$(-4,\ -52)$