数暗攻 ～微分法①～　数学Ⅱ

1　$y=f(x)$ において，x が 1 から 3 まで変化するときの平均変化率を求めよ。

2　$f'(2)$ のことを，関数 $f(x)$ の $x=2$ における(　①　)という。
　この $f'(2)$ は，$y=f(x)$ 上の点②(　　,　　)における(　　③　　)を表す。

3　定義に従って，$f'(3)$ を求めると，

$$f'(3)=\lim_{b\to 3}(\quad ①\quad)$$

または

$$f'(3)=\lim_{h\to 0}(\quad ②\quad)$$

4　次の極限値を求めよ。

(1)　$\lim_{x\to 2}(2x+3)=(\quad ①\quad)$

(2)　$\lim_{x\to 0}\dfrac{x^2+3x}{x}=(\quad ②\quad)$

5　定義に従って導関数 $f'(x)$ を求めると，

$$f'(x)=(\qquad\qquad)$$

6　次の関数を微分せよ。

(1)　$y=x^2-2x+1$

(2)　$y=-2x^3+5x+1$

(3)　$y=(3x+2)^4$　　←公式を利用

＜point＞
$y=\{f(x)\}^n$ のとき，$y'=n\cdot\{f(x)\}^{n-1}\cdot f'(x)$

7　$f(x)=x^2+x$ のとき，$f'(x)=(\quad ①\quad)$
よって，

$$f'(0)=(\quad ②\quad),\quad f'(-1)=(\quad ③\quad)$$

8　2 次関数 $f(x)$ が，次の条件を満たすとき，$f(x)$ を求めよ。

$$f(2)=-2,\quad f'(0)=3,\quad f'(1)=-1$$

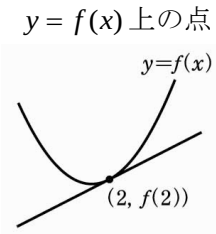
解）
(　　①　　)とおくと，
$f'(x)=2ax+b$
条件より　$f(2)=4a+2b+c=-2$
$f'(0)=(\quad ②\quad)=3$
$f'(1)=(\quad ③\quad)=-1$
これを解いて，$a=-2$，$b=3$，$c=0$
∴　$f(x)=(\qquad ④\qquad)$

9　半径 r の球の体積を V，表面積を S とすると，

$V=(\quad ①\quad)$より，$\dfrac{dV}{dr}=(\quad ②\quad)$

また，$S=(\quad ③\quad)$より，$\dfrac{dS}{dr}=(\quad ④\quad)$

10　$y=f(x)$ 上の点 $(2,\ f(2))$ における接線の方程式は，傾きが(　①　)であることより(　　②　　)である。



1

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1}$$

2

①　微分係数 または変化率
②　$(2,\ f(2))$
③　接線の傾き

3

①　$\dfrac{f(b)-f(3)}{b-3}$

②　$\dfrac{f(3+h)-f(3)}{h}$

4

①　7
②　与式$=\lim_{x\to 0}\dfrac{x(x+3)}{x}$
$=\lim_{x\to 0}(x+3)=3$

5

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

6

(1)　$y'=2x-2$
(2)　$y'=-6x^2+5$
(3)　$y'=4(3x+2)^3\cdot 3$
$=12(3x+2)^3$

7

①　$2x+1$
②　$f'(x)=2x+1$より，
$f'(0)=1$
③　$f'(-1)=2\cdot(-1)+1=-1$

8

①　求める 2 次関数を
$f(x)=ax^2+bx+c\quad(a\neq 0)$
②　b
③　$2a+b$
④　$-2x^2+3x$

9

①　$\dfrac{4}{3}\pi r^3$　②　$4\pi r^2$

③　$4\pi r^2$　④　$8\pi r$

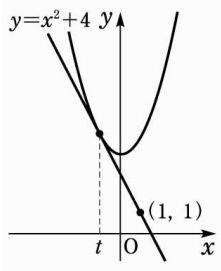
10

①　$f'(2)$
②　$y-f(2)=f'(2)(x-2)$

11　$f(x)=x^2$ 上の点(3，9)における接線の方程式は，$f'(x)=2x$ より，傾きは(　①　)
ゆえに　(　　②　　)　である。

＜point＞
(　③　)がわかれば，接線の方程式はわかる

12　曲線外の点から引いた接線
$f(x)=x^2+4$ のグラフに，点(1，1) から引いた接線の方程式を求めよ。



解）
(　　①　　)とおく。
$f'(x)=2x$ より，
接線の方程式は，
(　　②　　)…※
この上に(　　③　　)が
あるから，$x=1$，$y=1$ を代入して，
$1-(t^2+4)=2t(1-t)$
整理すると $t^2-2t-3=0$
$(t-3)(t+1)=0$ より，$t=-1$，3
※に，$t=-1$，3 を代入して，求める接線は，　$y=-2x+3$，$y=6x-5$

13　ある区間で
(1)　$f'(x)>0$ ならば，$f(x)$ は，その区間で
(　　①　　)
(2)　$f'(x)<0$ ならば，$f(x)$ は，その区間で
(　　②　　)
(3)　$f'(x)=0$ ならば，$f(x)$ は，その区間で
(　　③　　)

14　［3 次関数のグラフの概形］
$y=ax^3+bx^2+cx+d$　…※において，
方程式　$y'=3ax^2+2bx+c=0$　の判別式を D とする。グラフの概形は次のようになる。

	$a>0$	$a<0$
$D>0$ $y'=0$ の異なる 実数解 2 個	①	②
$D=0$ $y'=0$ が 重解	③	④
$D<0$ $y'=0$ が 実数解なし	⑤	⑥

3 次関数は(　⑦　)対称であり，その対称の中心は，変曲点である。
変曲点の x 座標は，方程式(　　⑧　　)の解である。

15　3 次関数 $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ がある。
(1)　$y=f(x)$ が極値をもつ　⇔　(　①　)
(2)　$y=f(x)$ が極値をもたない　⇔　(　②　)
(3)　$y=f(x)$ が常に単調増加　⇔　(　③　)

16
関数 $y=f(x)$ が $x=2$ で極大値 5 をとる。

$$\Rightarrow\begin{cases}(\qquad ①\qquad)\\(\qquad ②\qquad)\end{cases}$$

㊟　$f'(2)=0$ であっても
(　　③　　)

11

①　$f'(3)=6$
②　$y-9=6(x-3)$
整理すると $y=6x-9$
③　接点の座標

12

①　接点を (t,t^2+4)

②　$y-(t^2+4)=2t(x-t)$
③　点 $(1,1)$

→ <point>
t の値が 2 個
↓
接点が 2 個ある
↓
接線が 2 本引ける！

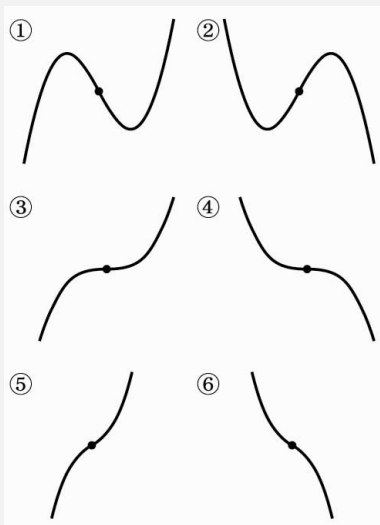
13

①　(単調)増加する

②　(単調)減少する

③　定数値をとる

14



・は，変曲点

⑦　点

⑧　$y''=0$

15

①　$f'(x)=0$ の判別式　$D>0$
②　$f'(x)=0$ の判別式　$D\leqq 0$
③　$\begin{cases}a>0\\f'(x)=0\text{の判別式}D\leqq 0\end{cases}$

16

①　$f(2)=5$
②　$f'(2)=0$

③　$x=2$ で極値をもつとは限らない。