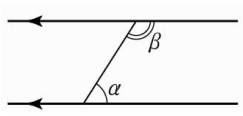
# 数暗攻 ～三角比②～　数学Ⅰ

16［平行線］




左図において，

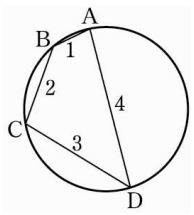
$\alpha+\beta=180°$

であるから，

$\cos\alpha=\frac{1}{4}$ のとき，$\cos\beta=$(　①　)

$\sin\alpha=\frac{1}{5}$ のとき，$\sin\beta=$(　②　)

17　円に内接する四角形 ABCD がある。




$AB=1$，$BC=2$，

$CD=3$，$DA=4$ のとき，

次のものを求めよ。

(1)　$\cos A$

解）　$A+C=$(　①　)°

ΔABD で余弦定理より，

$BD^2=$(　②　)$=17-8\cos A$　…㋐

また，ΔBCD で余弦定理より，

$BD^2=2^2+3^2-2\cdot2\cdot3\cos C$

$=$(　③　)…㋑

㋐，㋑より，$17-8\cos A=13+12\cos A$

∴　$\cos A=$(　④　)

(2)　対角線 BD

解）$\cos A=\frac{1}{5}$ を㋐に代入して，

$BD^2=17-8\cdot\frac{1}{5}=\frac{77}{5}$

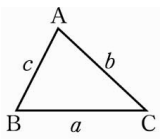
∴　BD＝(　⑤　)

(3)　面積比　ΔABD : ΔCBD

解）ΔABD : ΔCBD＝(⑥　　:　　)

＝(⑦　:　)

18　ΔABC において，次のことが成り立つ。




(1)　$A=90°$　⇔　$a^2=b^2+c^2$

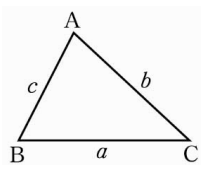
(2)　$A<90°$　⇔　(　　)

(3)　$A>90°$　⇔　(　　)

(4)　$A$ の最大　⇔　$\cos A$ の(　　)

(5)　$A<B$　　⇔　(　　)

19［三角形の面積公式］




面積 $S=$(底辺)×(高さ)×$\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}b\cdot c\cdot$(　①　)

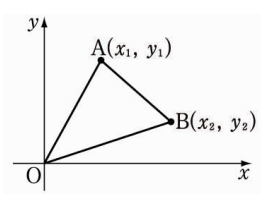
＝(　　②　　)（$R$ は，外接円の半径）

＝(　　③　　)（$r$は内接円の半径，$s=\frac{a+b+c}{2}$）

＝(　　④　　)（ヘロンの公式）

＝(　　⑤　　)（$\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ を用いる）

＝(　　⑥　　)




20［三角形の成立条件］

(1)　$a$，$b$，$c$ を 3 辺とする三角形が成立する条件は，

(　①　)＜$c$＜(　②　)

特に $c$ が最長辺のときは，(　　③　　)

(2)　3，7，$x$ を 3 辺とする三角形が成立するための $x$ の条件は，

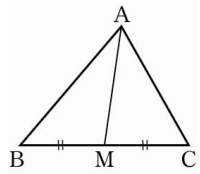
(　　)である。

21［中線定理］

ΔABCにおいて，辺 BC の中点を M とする。中線定理は，

(　　)

である。




22［角の二等分線］

ΔABC において，$AB=5$，$AC=4$，$\angle A=60°$ とし，$\angle A$ の二等分線と辺 BC の交点を D とする。次の線分の長さを求めよ。

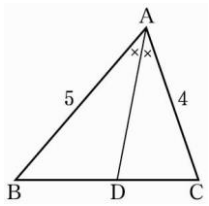
(1)　BC

解）(　①　)定理より，

$BC^2=$(　　②　　)

$=21$

∴　BC＝(　③　)




(2)　BD

解）AD は $\angle A$ の二等分線であるから，

BD : DC＝(④　:　)

∴　BD＝BC×(　⑤　)$=\frac{5\sqrt{21}}{9}$

(3)　AD

解）AD＝$x$ とする。三角形の面積について，ΔABC＝(⑥　＋　　)

∴　$\frac{1}{2}\cdot5\cdot4\cdot\sin60°=\frac{1}{2}\cdot5\cdot x\cdot\sin30°+$(　⑦　)

整理すると，$20\sqrt{3}=5x+4x$

∴　$x=$AD＝(　⑧　)

23

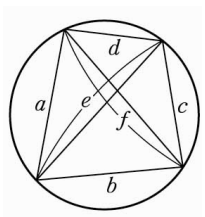
(1)　半径 $r$ の球の体積 $V$ は，$V=$(　　)

(2)　半径 $r$ の球の表面積 $S$ は，$S=$(　　)

(3)　相似比が $m:n$ のとき，面積比は(　　)

(4)　相似比が $m:n$ のとき，体積比は(　　)

24　円に内接する四角形の対角線は，(　①　)の定理を利用する。

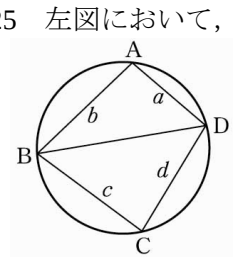



左図で，$a$，$b$，$c$，$d$，$e$，$f$ の関係式は，

(　　②　　)

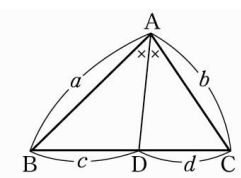
である。

25　左図において，対角線で分けられた 2 つの三角形 ΔABD と ΔCBD の面積比は，




ΔABD : ΔCBD (　　:　　)

26［角の二等分線］




二等分線 AD の長さを $a$，$b$，$c$，$d$ で表すと，

AD＝(　　)

27　三角形の形状を問う問題では，条件式の $\sin A$ には(　①　)，$\cos A$ には(　②　)を代入し，辺の関係式を導いていく。

16

①　$-\frac{1}{4}$

②　$\frac{1}{5}$

17

①　180

②　$1^2+4^2-2\cdot1\cdot4\cdot\cos A$

＜point＞
$\cos C=-\cos A$

③　$13-12\cos C$

$=13-12(-\cos A)$

$=13+12\cos A$

④　$\frac{1}{5}$

⑤　$\sqrt{\frac{77}{5}}=\frac{\sqrt{385}}{5}$

⑥

$\frac{1}{2}\cdot1\cdot4\cdot\sin A:\frac{1}{2}\cdot2\cdot3\cdot\sin C$

⑦　2 : 3　　($\because\sin A=\sin C$)

18

(2)　$a^2<b^2+c^2$

(3)　$a^2>b^2+c^2$

(4)　最小

(5)　$a<b$

19

①　$\sin A$

②　$\frac{abc}{4R}$

③　$r\cdot s$

④　$\sqrt{s\cdot(s-a)(s-b)(s-c)}$

⑤

$\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2\cdot|\overrightarrow{AC}|^2-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2}$

⑥　$\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|$

20

①　$|a-b|$　②　$a+b$

③　$c<a+b$

(2)

$|3-7|<x<3+7$

∴　$4<x<10$

21

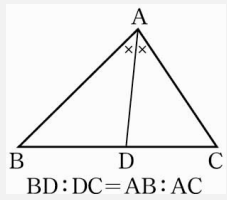
$AB^2+AC^2=2(AM^2+BM^2)$

22

①　余弦

②　$5^2+4^2-2\cdot5\cdot4\cdot\cos60°$

③　$\sqrt{21}$




④　5 : 4

⑤　$\frac{5}{9}$

⑥　ΔABD＋ΔACD

⑦　$\frac{1}{2}\cdot4\cdot x\cdot\sin30°$

⑧　$\frac{20}{9}\sqrt{3}$

23

(1)　$\frac{4}{3}\pi r^3$

(2)　$4\pi r^2$

(3)　$m^2:n^2$

(4)　$m^3:n^3$

24

①　トレミー

②　$ac+bd=ef$

(トレミーの定理)

25

$ab:cd$

26

$\sqrt{ab-cd}$

27

①　$\frac{a}{2R}$　②　$\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$