

三平方の定理

三平方の定理の導入についてのQ&A

Q：教科書では三平方の定理を面積から導くことが、ていねいに扱われています。しかし、定理自体は辺の長さの関係を表しています。面積から意味を考えることは必要でしょうか。

A：たしかに、三平方の定理は直角三角形の3辺の長さの関係を表したもので、それを $a^2+b^2=c^2$ という式で理解させることは大切なことです。しかし、三平方の定理は辺の長さの関係を表すと同時に、直角三角形のそれぞれの辺を1辺とする3つの正方形の面積の間に、一定の関係があるということも表しています。

面積の間に成り立つ関係を、直角三角形の3辺の長さの間に成り立つ関係としてとらえなおすことで、図形の見方は広がります。このように、三平方の定理は、図形と数式を統合的に見ることができるよい教材であるともいえます。

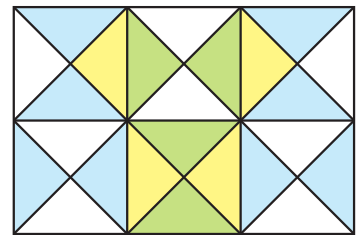
さらに、面積の関係は、正方形に限らず、ほかの図形ではどうなるのかと考えて発展させることもできます。例えば、直角三角形の3辺の上に、それぞれの1辺とする正三角形をかいたり、直角三角形の3辺の上に、それぞれを直径とする半円をかいたりして、その面積の間に成り立つ関係について考察することで、図形の見方や考え方を深めます。

ピタゴラスとピタゴラス学派

三平方の定理は約2500年前、ギリシアのピタゴラスという数学者が右のような模様を見て発見したといわれています。

ピタゴラスはエーゲ海にあるサモス島に生まれ、タレスに教えを受けたのち、エジプトやバビロニアに長く留学していたといわれています。その後、学校を開き、彼が外国で学んだ数学、哲学、自然科学を教え、弟子とともにこれらの研究に励みました。ピタゴラス学派と呼ばれているこの学派は、そこで学んだことを口外することは固く禁じられていました。

また、弟子たちの発見したことはすべて師のピタゴラスの発見とされました。ピタゴラス学派の業績は数論、幾何学そして音楽にまで数多くのすばらしい仕事を残しています。(参考文献 モノグラフ9「数学史」矢野健太郎/科学新興社)



三平方の定理の証明についてのQ&A

三平方の定理の証明方法

Q：三平方の定理は、いろいろな証明がありますが、どこまで指導する必要があるのでしょうか。

A：数学の問題や定理には、多様な解き方、多様な証明法があり、そのことを生徒に理解させることは大切です。

三平方の定理については、いろいろな証明法が知られていますが、それらの中には、中学生にとっては技巧的で、自力で証明するには難しい方法もあります。学習指導要領では、「三平方の定理が証明できることを知ること」とあり、生徒が自ら証明できることまでは求めていません。したがって、生徒の興味・関心に応じて取り扱うのがよいでしょう。

書籍やインターネット上でも様々な証明法が紹介されているので、生徒の興味・関心に応じて、他の証明法を紹介したり、生徒自ら調べさせたりするとよいでしょう。

三平方の定理の逆の証明について

Q：三平方の定理の逆の証明は、なかなか生徒が理解できません。どの程度扱えばよいのでしょうか。

A：三角形の3辺の長さがわかっているならば、三平方の定理の逆を活用することで、実際に三角形をかかなくても直角三角形かどうかを判断することができます。角の大きさを調べなくても直角三角形だと判断できることに、驚きを感じる中学生もいることでしょう。

三平方の定理の逆の指導では、「直角三角形になるかどうかは3辺の長さの関係によって決定されている」という事実に着目できるようにすることが大切です。このように、図形の見方が広がることから、三平方の定理の逆の指導は必要だといえます。

三平方の定理の逆の証明については、それ自体を習熟させるものではなく、数学的な証明に深入りする必要はありません。三平方の定理の逆の証明として、間接証明法である同一法がありますが、直接証明法ではない証明法があることを知る機会として、証明の全体の流れを理解できる程度に扱うとよいでしょう。

