

## 証明の記述

## 証明記述についてのQ&amp;A

**Q:** 教科書の表記で、合同の根拠を書く際に、「～が等しいので」、「～がそれぞれ等しいので」と、「それぞれ」を書いている場合と書いていない場合がありますが、どのように使い分けをしているのでしょうか。

**A:** 教科書では、合同な図形の性質を、「合同な図形では対応する線分の長さは、それぞれ等しい。」のように「それぞれ」をつけてまとめています。これは、対応する線分や角の組が2組以上あることを強調するためです。一方、二等辺三角形の2つの底角は等しいことなどの証明の中では、「合同な図形では、対応する角は等しい」のように「それぞれ」を入れていません。これは、 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$  から、 $\angle B = \angle C$  という1組の相当関係を導いているためです。もちろん、導くものが1組であったとしても「それぞれ」を入れても、論理的な問題はありません。

また、教科書では、三角形の合同条件や直角三角形の合同条件の記述では、「それぞれ」を入れて表現しています。これらの合同条件を用いるときには複数の組が等しいことを宣言しなければならないため、教科書では証明の中で合同条件を用いるときには「それぞれ」を入れて表現しています。

しかし、実際の学習指導においては、「それぞれ」を入れるか入れないかに焦点化するのではなく、柔軟な対応が必要です。中学校の生徒にとっては、図形の性質を、三角形の合同条件や合同な図形の性質を使って導き、その数学的な推論をまずは誤解を与えないように表現できることが重要であるためです。

## 証明の記述と、記号「∴」、「∵」

図形の単元では、証明を書くことを指導する必要がありますが、その際に、「ゆえに」の記号「∴」、「なぜならば」の記号「∵」を導入し、簡略化して書かせることがあります。しかし、論証の初期の段階では、このような記号の使用は避けて、丁寧に記述する指導が好ましいです。

例えば、推論の接続語だけでも、「よって、だから、つまり、したがって、また、一方、同様に、なぜならば、ゆえに、または、かつ、…」のように多くあり、これらを的確に使いこなせるようにするには、初期の段階で、丁寧な指導が必要です。また、始めから記号を教えると、記号の意味を正しく理解できない恐れもあります。



## 5章の指導ポイント

## 定義と性質, 証明

生徒たちは、これまでに図形の性質を直観的、経験的にとらえてきているので、**図形の定義と性質が明確に区別されず、混同している**ことが多くあります。この章での演繹的な論証を進めていくために、使う用語の意味を明確にし、必要性を実感できるように指導する必要があります。

教科書では、「定理」と「性質」を以下のように使い分けています。

- ・定理…「中点連結定理」「円周角の定理」「三平方の定理」
- ・性質… 上記以外の証明されたことから

※啓林館教師用指導書 2年 指導研究編 p107 参照

## 図形の「性質と条件」と「逆向きにみる」

平行四辺形になる条件は、平行四辺形の性質の逆を考えることで引き出すようにしています。教科書では、数学的な見方・考え方として、「逆向きにみる」ということを所々に盛り込んでいます。繰り返しこの手法を用いるように促すことで定着をはかっています。

注意しなければならないのが、平行四辺形は小学校でも学んでいますが、生徒の大半は性質と条件を混同していることです。例えば、「平行四辺形の2組の向かいあう辺は、それぞれ等しい。」「2組の向かいあう辺が、それぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。」という2つのことが、まったく異なることを主張していることを理解できないことが多いのです。このような生徒の混同を解消することが大切です。

## 図形の包摂関係

平行四辺形、長方形、ひし形、正方形の包摂関係を生徒自身が利用できるようになることが重要です。**この包摂関係は、小学校では指導されていないので、生徒が理解することができるように丁寧に扱いたいところ**です。これまで別々にとらえてきたものを仲間とし、特殊と一般の関係であると理解すると、特殊な図形は、一般の図形がもつ性質をすべてもつと考えることができます。