

2次方程式の解と係数の関係

2次方程式

$$ax^2 + bx + c = 0$$

の2つの解

$$\alpha = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad \beta = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

について、 $\alpha + \beta$ と $\alpha\beta$ を求めてみよう。

$$\alpha + \beta = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta = \frac{(-b)^2 - (\sqrt{b^2 - 4ac})^2}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

このように、2次方程式の2つの解の和と積は、係数の簡単な式で表される。これを、2次方程式の **解と係数の関係** という。

● 解と係数の関係 ●

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の2つの解を α , β とすると、

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

上の関係は、重解の場合、すなわち、 $\alpha = \beta$ の場合にも成り立つ。

例19 2次方程式 $3x^2 + 4x + 7 = 0$ の2つの解を α , β とすると、

$$\alpha + \beta = -\frac{4}{3}, \quad \alpha\beta = \frac{7}{3}$$

問25 次の2次方程式の2つの解の和と積をいえ。

(1) $2x^2 - x + 8 = 0$

(2) $x^2 + 5x - 3 = 0$

練習1 2次方程式 $2x^2 + bx + c = 0$ の2つの解が 2 , $\frac{1}{2}$ であるとき、定数 b , c の値を求めよ。