

第4節

2次方程式

a, b, c が実数である2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解を、複素数の範囲で考えてみよう。

 $x^2=k$ の解

数の範囲を複素数まで広げると、 $x^2=k$ の形の方程式は、 $k<0$ の場合でも解くことができる。

例14 方程式 $x^2=-2$ を解いてみよう。

$$(\sqrt{2}i)^2=-2 \text{ だから,}$$

$$x^2=(\sqrt{2}i)^2$$

$$x^2-(\sqrt{2}i)^2=0$$

$$(x-\sqrt{2}i)(x+\sqrt{2}i)=0$$

したがって、 $x=\sqrt{2}i$ または $x=-\sqrt{2}i$

よって、解は、 $\sqrt{2}i$ と $-\sqrt{2}i$ である。

一般に、 $a>0$ のとき、方程式

$$x^2=-a \text{ の解は, } \sqrt{a}i \text{ と } -\sqrt{a}i$$

であり、これらが $-a$ の平方根である。

問21 次の方程式の解を求めよ。

(1) $x^2=-3$

(2) $x^2+16=0$

(3) $9x^2+2=0$