

例題 18 a, b が実数である3次方程式 $x^3+ax+b=0$ が $1+2i$ を解にもつように、定数 a, b の値を定めよ。また、残りの解を求めよ。

解 $1+2i$ がこの方程式の解だから、

$$(1+2i)^3+a(1+2i)+b=0$$

展開して整理すると、

$$(a+b-11)+(2a-2)i=0$$

$a+b-11, 2a-2$ はともに実数だから、

$$\begin{cases} a+b-11=0 \\ 2a-2=0 \end{cases}$$

これを解いて、 $a=1, b=10$

このとき、もとの方程式は、 $x^3+x+10=0$

左辺を因数分解して、 $(x+2)(x^2-2x+5)=0$

よって、 $x=-2, 1\pm 2i$

したがって、残りの解は、 -2 と $1-2i$ である。

問 39 a, b が実数である3次方程式 $x^3+ax^2+bx+2=0$ が $1+i$ を解にもつように、定数 a, b の値を定めよ。また、残りの解を求めよ。

問 題

5-1. 次の方程式を解け。

(1) $x^3-13x+12=0$

(2) $x^3+3x^2-2=0$

(3) $x^4-5x^2-36=0$

(4) $(x^2+x)^2+(x^2+x)-6=0$

5-2. 複素数の範囲で考えて、次の式を因数分解せよ。

(1) x^4-16

(2) x^3+x^2-2