高次方程式

$P(x)$ が x の n 次式のとき，$P(x)=0$ を **n 次方程式** という．

たとえば，$x^3-3x+2=0$ は 3 次方程式，$x^4+3x^2-4=0$ は 4 次方程式である．3 次以上の方程式を **高次方程式** という．

高次方程式 $P(x)=0$ は，左辺 $P(x)$ が 1 次式や 2 次式の積に因数分解できる場合には，簡単に解くことができる．

例 27　方程式 $x^3-1=0$ の解を考えてみよう．

左辺を因数分解して，

$$(x-1)(x^2+x+1)=0$$

$$x-1=0 \quad \text{または} \quad x^2+x+1=0$$

$$x=1 \quad \text{または} \quad x=\frac{-1\pm\sqrt{3}\,i}{2}$$

よって，　$x=1,\ \dfrac{-1\pm\sqrt{3}\,i}{2}$

問 36　次の方程式を解け．

(1)　$x^3+1=0$　　(2)　$x^3-8=0$　　(3)　$x^3+27=0$

例 27 では，方程式 $x^3=1$ の解，つまり，3 乗して 1 となる数を求めた．3 乗して 1 となる数を **1 の 3 乗根** または **立方根** という．

練習 3　1 の 3 乗根のうち虚数であるものの一方を ω とするとき，次のことを示せ．

(1)　1 の 3 乗根は，1，ω，ω^2 である．

(2)　$\omega^3=1$

(3)　$\omega^2+\omega+1=0$

注　ω はギリシア文字で，オメガと読む．