

河合塾・大竹先生による

先生方のための徹底入試対策講座

第53回 命題 $P \Rightarrow Q$ の真偽は？

今年の慶應義塾大学に与えられた命題の真偽とその証明、理由を問う問題がありました。そのうちの1つの命題が次のものです。

r, s がともに有理数ならば、 rs は有理数である。 (2014 慶應義塾大学・看護医療学部／一部)

素朴な良問ですね。これに対し、生徒のI君は何か気になったようです。

.....

「先生、 r, s がともに無理数でも、 rs は有理数となるものがあるのではないですか。」

「もちろん、あるよね。 r, s が例えば、 $r = \sqrt{2}$ 、 $s = \sqrt{2}$ のとき rs は確かに有理数だな。で？」

「問題は r, s がともに有理数ならば、 rs は有理数であることを示すのですよね。」

「そうだね。で？」

「だから、 r, s がともに無理数でも、 rs は有理数となるものがあるのではないですか。」

「で？」

.....

I君は r, s がともに無理数のときに気になったのですね。

しかし、

命題 $P \Rightarrow Q$ は真である

とは、

P が真なら Q は真である

ということを主張するだけで、これだけなのです。

r, s がともに無理数のときは、どうであろうと、知ったこっちゃないよ、ということですね。冷たい？ ですねえ。だから、 P が偽なら Q は真でも偽でも、何の不都合も起こらず。

命題 $P \Rightarrow Q$ は真である

ということになるのですね。

.....

日常ではこうはいきません。友人同士で

「今度の日曜日、雨が降らなければ、河原でバーベキューをしよう」

と決まったとき

「雨が降ったら、バーベキューするの？しないの？」

と聞けば、場は白けて、

「何言ってるの」「決まってるじゃない」「変なこと言うなあ」「お馬鹿ね」「数学の先生みたい」と散々に罵倒？されるかもしれません。

「雨が降らなければ、河原でバーベキューをする」というとき「降ればバーベキューをしない」ということを暗黙の裡に含意しているのですね。

.....

数学は、このような点が日常と大きくかけ離れていますね。暗黙の了解事項は、原理的には、ないといっていいでしょうね。常識ある！君はこうした日常の感覚で数学の命題を考えてしまったのですね。

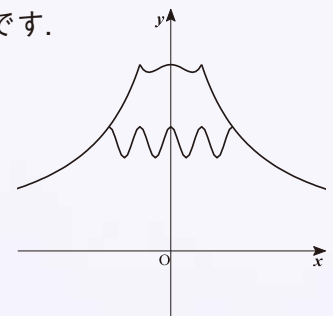
.....

では、前回の、「勝手に！第12回大学入試問題検定！！」[上級問題](#)の答です。

「解いてみると見当がつくかもしれません。これがヒントです。」

と書きましたが、(1)のグラフは、右のようになります。

もうお分かりでしょうね。



そうです。静岡大学・理系（2000年）の出題です。

えっ、「山梨大学かと迷った」のですか？うーん、確かに。