

河合塾・大竹先生による

# 先生方のための徹底入試対策講座

## 第14回 空間の図形が描けないんです(涙)

受験生の最も苦手な分野のひとつが空間図形のようなです。空間ベクトルや立体図形だけでなく、体積を求めるときに断面積を積分すればいいと知りながら断面がわからない、など、およそ空間に関するものは彼らには難解のようです。

よく話題になる○○○○予想などといわれるものはいずれも難しいにもかかわらず人(？数学者？)を引きつけるのですが、空間の図形の難しさが人(受験生！)を数学から遠ざけることになってないかと心配します。

.....

「図形がどうなっているか想像つきません。」

「空間図形が描けないんです。」

「どうして図形をひらめくのですか。」

等々、先生方もよく聞かれることと思います。

でも、空間の図形はそう簡単に想像できたりするものではない！！と私は思います。少なくとも私はそう簡単に想像できたりしません。しかし、受験生に

「僕もすぐにはよくわからないけど…」

というと怪訝な顔をされることも少なくありません。無理もありません。空間の問題で

**授業では先生は簡単に図を黒板に書きます、  
参考書は解答の最初に突然に図が描かれています。**

これでは受験生は

「空間の図なんかは、きっとすぐに描けるんだ。」

「図が描けないのは、僕に(私に)数学のセンスがないからだ。」

「私には(僕には)ひらめきがない、やっぱり数学には向いてない。」

と思いかねません。もちろん、いずれも大きな錯覚！！です。

**空間の図形がすぐには描けない、よくわからない、  
だからこそ数学があるのです。**

空間に限らないかもしれませんが、平面図形でもそう簡単に図が描けるとは限りません。

問題を読んで図がすぐには描けないといいました。図を描かずに考えることができるかという、これがなかなか難しい。私は

**まず、いい加減な図を描きます。**

四面体といえどとにかく四面体を描いてみる、条件など後回しです。その中に分かったこと、例えば「ここここの角が等しいから二等辺三角形」と分かればその二辺が等しいことを書き込む、「あれっ、この図変な形」と思えば、より正しいものを書き直す。こうしてどんどん正しい図に近づけていく感じです。

**数学を使いながら、証明や計算をしながら、**

どんどん図が描けていくわけですね。

ひとつの問題に**6つも7つも図を書き改めていく**

こともあります。

いい加減な図すら描けないこともあります。二つの立体の共通部分とかさっぱり分からない、ということもあるでしょう。このようなときにもまず図を描きます。さっぱりわからなくても、

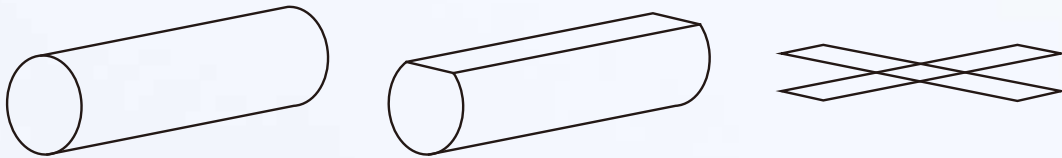
**ゆるゆると、雲のようなものでもいいから描いてみる**

そして、例えば、二つの立体のそれぞれについて断面を考えてみるなど

**数学を使いながら、証明や計算をしながら、**

手がかりを探していくのです。

具体例を挙げると、「ふたつの円柱  $x^2 + z^2 \leq 1$ ,  $y^2 + z^2 \leq 1$  の共通部分を考える」という問題では



「断面は正方形だ」と分かれば、全体像がおぼろげながら分かり始める…という具合ですね。