

河合塾・大竹先生による

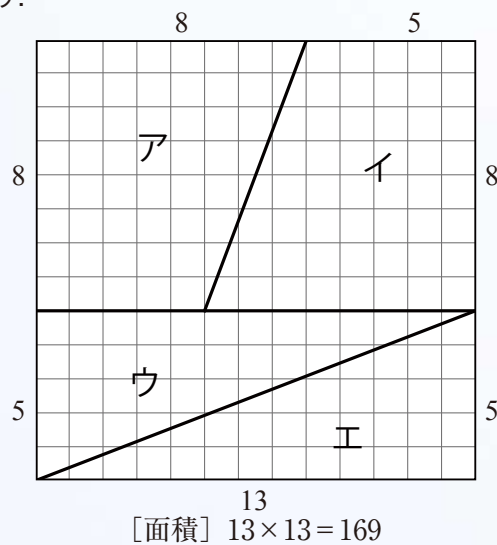
先生方のための徹底入試対策講座

第11回 ある素敵な入試問題

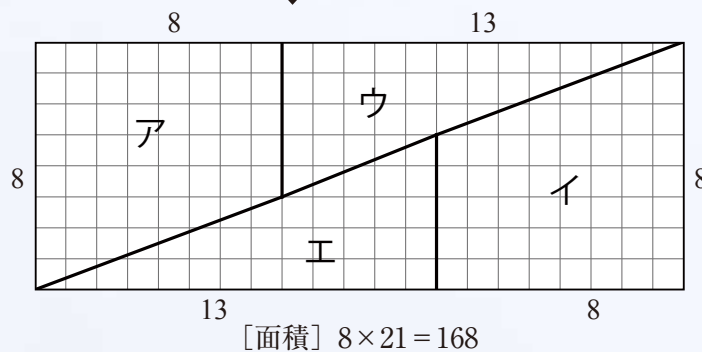
毎年、新しい入試問題を楽しんでいます。
今年もこのような“素敵な”出題がありました。

(2010 立命館大文系 A 方式 2月7日 問題の一部)

ある学生によると、一辺の長さが 13 の正方形を図のように 4 つに分解して並び替えたところ面積の異なる長方形が出来たという。



並びかえ



「正方形を切って並びかえたら、面積の異なる長方形になった」という矛盾について考えよう。(以下、省略)

おもしろいですね。「ええーっ！なんでこんなことになるんだろう！？」
これを初めて見た受験生はそう思ったに違いありません。でも、問題文にあるように、

「正方形を切って並びかえたら、面積の異なる長方形になった」
という矛盾について考えよう。

という問題です。ここが実におもしろいのです。
かつて、このような問題も出題されていることを思い出します。

(1998 信州大経済学部前期 問題の一部)

「 n を 2 より大きい自然数とすると $x^n + y^n = z^n$ を満たす整数解 $x, y, z (xyz \neq 0)$ は存在しない。」というのはフェルマーの最終定理として有名である。(中略)ここではフェルマーの定理を知らないものとして、次を証明せよ。

x, y, z を 0 でない整数とし、もしも $x^3 + y^3 = z^3$ が成立しているならば、 x, y, z のうち少なくとも一つは 3 の倍数である。

これも、

もしも $x^3 + y^3 = z^3$ が成立しているならば

という問題です(実際、成立しないことがワイルス、テイラーにより与えられているのですが)。このところがおもしろいのです。

.....

数学は、偽の命題も考察の対象となり得ます。

身近な例を挙げれば、背理法がそうですね。あるいは、ある命題の真偽が定かでないときも、もし成り立てば、とか、もし成り立たなければ、とか、反例を探す、とか、考察を進めるうち、いずれであるかが証明される、ということもしばしばです。そもそも、真偽がわからないからこそ考察の対象となるのですよね。

大学入試の多くは(高校の教科書もそうですが)、先に挙げた背理法や命題に関する分野を除いて、偽の命題を扱うことはありません。これは受験生に

「数学はわかりきっていることを問うている」という **誤解**

さらには

「数学の解き方は決まっていますそれを覚えるのが数学だ」という **誤解**

を与える遠因となっているかもしれません。

ここに挙げたような、二つの良問を受験生に紹介することで、少しでもこれらの誤解をほぐしていけるのではないかなあ、などと思っています。

.....

偽の命題を扱うことは、自然科学の中でも実験科学ではあり得ないことでしょうか(よく知りませんが... 無責任に言いますが...).

.....

もしイヌがネコだったら、はどうでしょうか? そんなことは明らかにあり得ない? (答(?)は来月に)